



ANALISI NON-LINEARE DEL COMPORTAMENTO STRUTTURALE DELLE PAVIMENTAZIONI FLESSIBILI

Marco Bassani

Dipartimento di Idraulica, Trasporti ed Infrastrutture Civili – Politecnico di
Torino
Corso Duca degli Abruzzi 24, 10128 Torino
Tel: +39 011.5645635 - Fax: +39.011.5645614
E-mail: bassani@polito.it

Antonio Bevilacqua

Dipartimento di Idraulica, Trasporti ed Infrastrutture Civili – Politecnico di
Torino
Corso Duca degli Abruzzi 24, 10128 Torino
Tel: +39 011.5645625 - Fax: +39.011.5645614

Ezio Santagata

Dipartimento di Idraulica, Trasporti ed Infrastrutture Civili – Politecnico di
Torino
Corso Duca degli Abruzzi 24, 10128 Torino
Tel: +39 011.5645633 - Fax: +39.011.5645614
E-mail: santagata@polito.it

ANALISI NON-LINEARE DEL COMPORTAMENTO STRUTTURALE DELLE PAVIMENTAZIONI FLESSIBILI

MARCO BASSANI – D.I.T.I.C. – Politecnico di Torino
ANTONIO BEVILACQUA – D.I.T.I.C. – Politecnico di Torino
EZIO SANTAGATA – D.I.T.I.C. – Politecnico di Torino

SOMMARIO

Nella memoria gli Autori affrontano il tema della non-linearità degli strati non-legati valutando alcuni modelli non-lineari, e prendendo in considerazione una sovrastruttura flessibile di riferimento nella quale viene messo in evidenza il contributo strutturale proprio di tali strati. Le analisi eseguite al riguardo hanno permesso di evidenziare come i risultati ottenuti, espressi sia in termini di stato tenso-deformativo, sia in termini di stima della vita utile della sovrastruttura, siano estremamente sensibili al tipo di modello assunto per caratterizzare la non-linearità. Sono stati inoltre affrontati problemi di ordine computazionale, inerenti sia l'inconsistenza numerica di alcune soluzioni, sia la mancata convergenza del processo di calcolo iterativo, definendo a questo proposito alcuni criteri guida per la loro risoluzione.

ABSTRACT

In this paper the Authors tackle the issue on non-linearity of unbound materials by evaluating a number of models and by considering a standard flexible pavement in which the structural contribution of unbound layers has been highlighted. The analyses carried out in such a context have shown how the obtained results, expressed both in terms of stress-strain state and of estimated service life of the pavement, are extremely sensitive to variations of the model chosen to describe non-linearity. A number of computational problems, connected both to the numerical consistency of the solutions and to the lack of convergence of the iterative calculation procedure, have been analysed and have lead to the definition of general guidelines for their solution.

1. INTRODUZIONE

I materiali non-legati, quali le terre ed i misti granulari, vengono diffusamente utilizzati nelle costruzioni stradali grazie alla loro disponibilità in natura e alla facilità con cui è possibile la loro posa in opera. Le loro proprietà meccaniche dipendono da diversi fattori tra cui si citano l'origine litologica dei diversi granuli, il contenuto d'acqua, la densità ottenuta al termine del costipamento, la tensione effettiva a cui sono sottoposti e la loro storia tensionale. Tali fattori rendono piuttosto complesso il loro comportamento che presenta caratteristiche di anisotropia, non-linearità e dipendenza dal tempo. Nonostante ciò, per ragioni di semplicità la teoria dell'elasticità, che trascura questi aspetti del comportamento, è tuttora utilizzata molto frequentemente sia per descrivere il comportamento meccanico dei materiali non-legati, sia per caratterizzarne lo stato tenso-deformativo nei multistrati considerati nei codici razionali di calcolo delle sovrastrutture.

Per rappresentare in maniera più verosimile il comportamento meccanico dei non-legati e per poter comunque considerare la teoria dell'elasticità come base dell'analisi tenso-deformativa dei materiali granulari e delle strutture in cui essi sono inclusi, trascurando approcci assai più complessi, è utile riferirsi a parametri meccanici derivanti dall'interpretazione quasi-lineare del loro comportamento sotto carico.

Un modello costitutivo quasi-lineare può essere inteso come l'insieme di una serie di tratti lineari i cui parametri sono una funzione dell'intensità dello sforzo unitario. A ciascun livello di tensione è cioè possibile assumere valori diversi delle costanti elastiche che, in virtù dell'ipotesi semplificativa di isotropia, possono essere limitate a due sole: a seconda dei casi si può pertanto fare riferimento al modulo volumetrico K ed al modulo di taglio G , oppure al modulo normale E ed al modulo (o rapporto) di contrazione trasversale ν .

Poiché le componenti irreversibili della deformazione diventano sempre più piccole man mano che il materiale viene ripetutamente sottoposto alle azioni del traffico, nella caratterizzazione dei materiali non-legati tali deformazioni possono essere trascurate, considerando tutte le deformazioni come interamente reversibili. Si può quindi fare riferimento al modulo resiliente M_R , definito dal rapporto tra la tensione deviatorica σ_d e la deformazione restituita (o resiliente) ϵ_r nel corso della fase di scarico.

Il modulo resiliente viene misurato eseguendo prove triassiali in regime dinamico che permettono di simulare lo stato tensionale indotto dal transito dei veicoli sulla superficie della pavimentazione. Data la ripetitività caratteristica di tali sollecitazioni, nelle stesse prove di laboratorio la deformazione resiliente viene quindi assunta pari a quella restituita tra una fase di carico e quella successiva solo dopo un numero sufficientemente grande di ripetizioni del carico oltre le quali, come detto, le deformazioni reversibili diventano predominanti come evidenziato nel grafico di Figura 1. Per le specifiche condizioni in cui esso viene misurato, il modulo resiliente è considerato il parametro più idoneo per l'uso nei codici di calcolo che considerano il multistrato elastico.

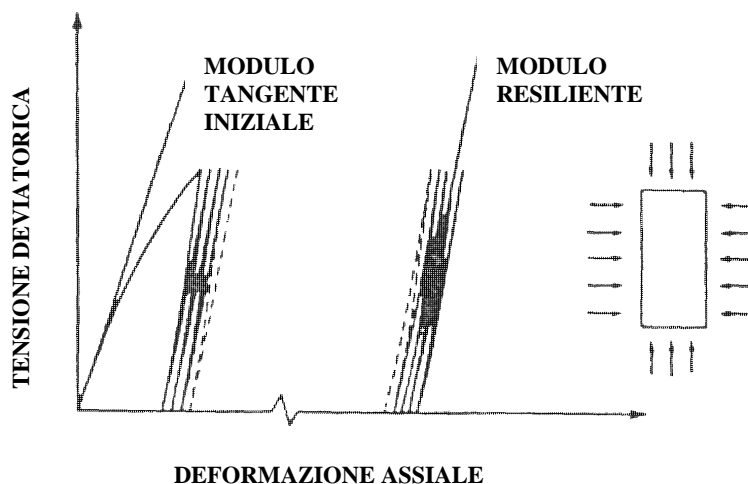


Figura 1. Tipica risposta tenso-deformativa nelle prove di modulo resiliente [Mamlouk, 1988]

2. MODELLI COSTITUTIVI NON-LINEARI

La natura resiliente dei materiali non-legati è stata oggetto di numerosi studi teorici e sperimentali che hanno permesso di chiarire quali parametri tenso-deformativi siano più adatti per valutare il loro comportamento non-lineare. I numerosi modelli proposti in letteratura possono essere suddivisi in tre categorie:

- modelli non-lineari che trascurano gli effetti delle tensioni di taglio;
- modelli non-lineari che considerano gli effetti delle tensioni di taglio;
- modelli non-lineari che considerano le deformazioni volumetriche e di taglio.

I modelli appartenenti alla prima categoria considerano come variabile di stato un parametro tensionale riferito alle tensioni principali che può essere, a seconda dei casi, il primo invariante delle tensioni (θ) o la tensione deviatorica (q). La semplicità delle equazioni di modello difetta dalla mancata presa in considerazione degli effetti legati alle tensioni di taglio e alla dipendenza del comportamento dal percorso tensionale subito dal materiale (*stress path*) [Brown & Pappin, 1981 & 1985].

I modelli che appartengono alla seconda categoria, invece, pur non considerando direttamente un parametro meccanico legato alle tensioni tangenziali, considerano contestualmente la tensione di confinamento e la tensione deviatorica. Essi risultano sufficientemente attendibili nel definire valori di modulo resiliente più piccoli quando aumenta il livello di deformazione applicata [Thompson et al., 1998] e facilmente utilizzabili in ragione della loro ridotta complessità.

I modelli appartenenti alla terza categoria, infine, considerano gli effetti di taglio che generano deformazioni volumetriche e tangenziali e costituiscono il riferimento più avanzato nell'ambito della ricerca sperimentale del settore. Tali modelli sono intrinsecamente complessi e non sempre utilizzabili all'interno dei codici di calcolo basati sulla meccanica dei mezzi continui.

Nella presente memoria vengono considerati solo quei modelli costitutivi idonei all'uso nei codici di calcolo basati sulla schematizzazione della pavimentazione come multistrato elastico. Essi sono suddivisi in due gruppi: nel primo gruppo saranno considerati i modelli che trascurano gli effetti di taglio (modelli semplificati), nel secondo quelli che invece li considerano in via indiretta e/o diretta (modelli avanzati).

2.1 Modelli semplificati

Lo sviluppo di questi modelli ha avuto inizio in un periodo in cui la ricerca teorica ed applicata nel campo stradale si stava indirizzando sempre più verso analisi di tipo razionale, tralasciando approcci prevalentemente basati sull'esperienza e sull'osservazione del comportamento di sovrastrutture realizzate in vera grandezza all'interno di strade sperimentali. L'approccio razionale, a differenza di quello tradizionale, ha il grosso vantaggio di generalizzare il legame tra caratteristiche compositive e prestazioni in esercizio, ponendo i fenomeni di ammaloramento a cui sono soggette le sovrastrutture nelle diverse condizioni operative in relazione con lo stato tenso-deformativo in esse prodotto da un carico di riferimento.

Poiché l'uso di modelli lineari non permette di considerare le condizioni di confinamento dovute all'applicazione dei carichi in superficie, i primi modelli non-lineari vennero definiti prendendo in considerazione, a seconda del tipo di materiale considerato, la tensione deviatorica o il primo invariante delle tensioni.

Per le terre a grana fine, caratterizzate da una spiccata sensibilità all'acqua, il carattere non-lineare è una funzione dello sforzo deviatorico (σ_d) che in regime triassiale è dato dalla seguente equazione:

$$\sigma_d = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (\text{eq.1})$$

in cui σ_1 ed σ_3 rappresentano rispettivamente le tensioni principali massima e minima per l'elemento di volume considerato.

Per i misti granulari e le terre a grana grossa risulta invece essere preponderante l'effetto del primo invariante delle tensioni (θ), definito dalla somma delle tre tensioni principali agenti sull'elemento di volume considerato, ovvero:

$$\theta = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (\text{eq.2})$$

Nelle sovrastrutture stradali, a parità di carico considerato lo sforzo deviatorico diminuisce con la profondità, mentre a parità di profondità esso aumenta all'aumentare del livello di carico, il che comporta un aumento del modulo resiliente con la profondità. Per quanto concerne il primo invariante delle tensioni, invece, a parità di carico applicato in superficie esso aumenta con la profondità, e a parità di profondità aumenta con il livello di carico.

2.1.1 Modello di Hicks - Monismith

Per anni il modello di Hicks e Monismith è stato impiegato per la caratterizzazione dei materiali granulari [AASHTO T291-91, 1998] e per la modellazione del loro

comportamento nell'ambito delle procedure di dimensionamento delle sovrastrutture. In questo modello, come illustrato nel grafico qualitativo di Figura 2A, il modulo resiliente viene messo in relazione con il primo invariante delle tensioni. L'equazione che lo definisce risulta pertanto la seguente:

$$M_r = K_1 \cdot \theta^{K_2} \quad (\text{eq.3})$$

ove K_1 e K_2 rappresentano le costanti ottenute dall'analisi di regressione su dati sperimentali.

Dalle numerosi esperienze fatte sull'uso di tale modello, si è potuto stabilire che nei materiali granulari con un buon comportamento quando il valore di K_1 aumenta, il valore di K_2 diminuisce [Rada & Witczak, 1981]. Il modello risulta inoltre valido soprattutto per l'interpretazione delle prove eseguite sui materiali a matrice grossolana, siano essi misti granulari o terre.

2.1.2 Modello di Thompson - Elliott

Per quanto riguarda i terreni a grana fine, è stato dimostrato che il modulo resiliente decresce al crescere della tensione deviatorica [Thompson & Elliott, 1985]. La Figura 2B mostra l'andamento qualitativo della relazione che lega tali grandezze: dal punto di vista operativo essa si presta ad essere interpretata mediante una funzione bilatera. Secondo le esperienze di Thompson ed Elliott, possono essere così definiti due domini che sono distinti da un ben preciso valore (K_2) della tensione deviatorica. L'espressione generale della legge di Thompson ed Elliott è pertanto la seguente:

$$M_R = K_1 + K_3 \cdot (K_2 - \sigma_d), \text{ per } \sigma_d < K_2 \quad (\text{eq.4})$$

$$M_R = K_1 - K_4 \cdot (\sigma_d - K_2), \text{ per } \sigma_d > K_2 \quad (\text{eq.5})$$

ove K_1 , K_2 , K_3 e K_4 sono costanti ottenute dalla regressione di risultati sperimentali. Gli stessi autori osservarono inoltre che le terre a grana fine ma con diversa rigidezza si differenziano principalmente per l'ordinata del punto intersezione dei due tratti rettilinei (parametro K_1) in corrispondenza del punto di separazione dei domini (K_2) il cui valore è, per le terre da loro considerate, pari a 42,8 kPa.

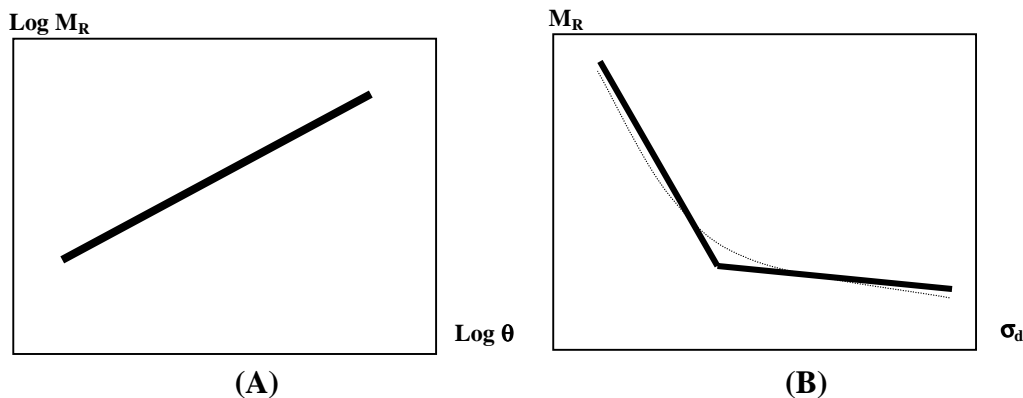


Figura 2. Modelli di Hicks-Monismith (A) e di Thompson-Elliott (B)

2.2 Modelli avanzati

2.2.1 Modello di Uzan

Il modello di Uzan rappresenta un'evoluzione del modello $K-\theta$ poiché in esso vengono tenuti in considerazione, seppur in via indiretta, gli effetti delle tensioni di taglio. Uzan osservò che il modello $K-\theta$ risultava essere affidabile solo per piccoli valori della deformazione verticale (ε_z) e per elevati valori della pressione di confinamento. In tutti gli altri casi il modello si allontanava sensibilmente dalla realtà sperimentale poiché non veniva presa in conto la dilatanza prodotta dalle tensioni tangenziali, dipendenti a loro volta dal deviatore delle tensioni. Il modello concepito da Uzan considera l'equazione del modello $K-\theta$ nella quale viene introdotto un fattore di correzione $f(\varepsilon_z)$ che, data la dipendenza della deformazione verticale dal deviatore delle tensioni, porta alla seguente equazione:

$$M_R = K_3 \cdot \theta^{K_4} \cdot \sigma_d^{K_5} \quad (\text{eq.6})$$

dove K_3 , K_4 e K_5 sono costanti ottenute sperimentalmente. Uzan stesso verificò che tale modello, se confrontato con modelli più evoluti, interpreta con sufficiente approssimazione i risultati delle prove di laboratorio. Inoltre, al variare delle costanti possono essere descritti i vari tipi di comportamento: per K_4 tendente a zero il modello interpreta al meglio il comportamento dei terreni coesivi fortemente dipendenti dalla tensione deviatorica; per K_5 tendente a zero lo stesso modello è in grado di interpretare il comportamento dei terreni granulari con comportamento di tipo *stress-stiffening*.

2.2.1 Modelli di Boyce e di Hornych et al.

Per tenere conto del contributo fornito dalle tensioni di taglio che si generano all'interno dei campioni di prova nel corso delle prove triassiali, Boyce [1980] propose un modello nel quale veniva considerato il confinamento attraverso l'uso della tensione normale media (p) e del deviatore delle tensioni ($q = \sigma_d$).

Il modello venne sviluppato utilizzando il modulo volumetrico secante (K) ed il modulo di taglio (G). Il primo risulta dipendente principalmente dalla tensione normale media ($p = \frac{\theta}{3}$) ed in misura ridotta dal rapporto q/p , mentre il modulo a taglio dipende esclusivamente da p . Tenere conto del rapporto q/p significa implicitamente considerare le deformazioni volumetriche e quindi la dilatanza del materiale. Le espressioni del modulo secante e di taglio sono le seguenti:

$$K = \frac{K_1 \cdot p^{1-n}}{1 - \beta \cdot \left(\frac{q}{p}\right)^2} \quad (\text{eq.7})$$

$$G = G_1 \cdot p^{1-n} \quad (\text{eq.8})$$

ove K_1 e G_1 sono i valori iniziali rispettivamente del modulo volumetrico e del modulo di taglio, n è la costante che esprime il grado di non-linearità del materiale (pari a 1 per i materiali lineari, minore di 1 per quelli non-lineari), mentre β è pari a:

$$\beta = (1 - n) \cdot \frac{K_1}{6 \cdot G_1} \quad (\text{eq.9})$$

Nel modello di Boyce le espressioni delle deformazioni volumetrica (ε_v) e deviatorica (ε_q) diventano:

$$\varepsilon_v = \frac{p^n}{K_1} \cdot \left[1 - \beta \cdot \left(\frac{q}{p} \right)^2 \right] \quad (\text{eq.10})$$

$$\varepsilon_q = \frac{p^n}{3 \cdot G_1} \cdot \frac{q}{p} \quad (\text{eq.11})$$

Il passaggio dai predetti moduli a quelli solitamente considerati nei codici di calcolo delle pavimentazioni è possibile utilizzando le usuali equazioni della teoria dell'elasticità secondo le quali il modulo normale E ed il rapporto di contrazione trasversale ν sono definite dalle seguenti espressioni:

$$E = \frac{9 \cdot G}{3 + \frac{G}{K}} \quad (\text{eq.12})$$

$$\nu = \frac{3 \cdot K - 2 \cdot G}{6 \cdot K + 2 \cdot G} \quad (\text{eq.13})$$

Così come concepito, il modello di Boyce considera il materiale come isotropo e ciò risulta in contrasto con l'anisotropia che caratterizza i materiali granulari. Nelle misure di laboratorio tale proprietà si manifesta a seconda della natura del materiale, dell'omogeneità della compattazione del provino e della modalità di applicazione del carico durante le prove condotte con l'utilizzo della cella triassiale. Inoltre, anche in sito la non omogenea compattazione dei piani di stesa comporta una diffusa condizione di anisotropia.

Hornych et al. [1998] osservarono che a causa dell'anisotropia propria dei materiali non-legati il modello di Boyce porta a pessimi risultati per bassi valori del rapporto di sollecitazione q/p . Essi proposero quindi di modificare tale modello introducendo al suo interno, come moltiplicatore della tensione principale σ_1 , un quarto parametro (γ), esprimente proprio il grado di anisotropia. Ciò determina un cambiamento delle espressioni che mettono le deformazioni volumetriche e deviatoriche in relazione con lo stato tenso-deformativo, che assumono le forme seguenti:

$$\varepsilon_v = \frac{p^{*n}}{p_a^{n-1}} \cdot \left[\frac{\gamma + 2}{3 + K_a} + \frac{n-1}{18 \cdot G_a} \cdot (\gamma + 2) \cdot \left(\frac{q^*}{p^*} \right)^2 + \frac{\gamma - 1}{3 \cdot G_a} \cdot \left(\frac{q^*}{p^*} \right) \right] \quad (\text{eq.14})$$

$$\varepsilon_q = \frac{2 \cdot p^{*n}}{3 \cdot p_a^{n-1}} \cdot \left[\frac{\gamma-1}{3 \cdot K_a} + \frac{n-1}{18 \cdot G_a} \cdot (\gamma-1) \cdot \left(\frac{q^*}{p^*} \right)^2 + \frac{2 \cdot \gamma+1}{6 \cdot G_a} \cdot \left(\frac{q^*}{p^*} \right) \right] \quad (\text{eq.15})$$

in cui i nuovi parametri tensionali p^* e q^* sono definiti dalle seguenti equazioni:

$$p^* = \frac{\gamma \cdot \sigma_1 + 2 \cdot \sigma_3}{3} \quad (\text{eq.16})$$

$$q^* = \gamma \cdot \sigma_1 - \sigma_3 \quad (\text{eq.17})$$

Per un materiale perfettamente isotropo il coefficiente di anisotropia (γ) è pari ad 1, mentre esso assume valori diversi dall'unità quando il comportamento risulta anisotropo. Per $\gamma < 1$, ad esempio, il materiale è più rigido nella direzione verticale e meno rigido in quella orizzontale.

3. ANALISI NON-LINEARE

Il comportamento sotto carico di una pavimentazione flessibile può essere descritto analiticamente facendo riferimento alla ben nota schematizzazione di multistrato elastico nella quale ad ogni strato ed al semispazio di sottofondo sono associate due costanti elastiche: il modulo elastico E ed il rapporto di Poisson ν (Figura 3).

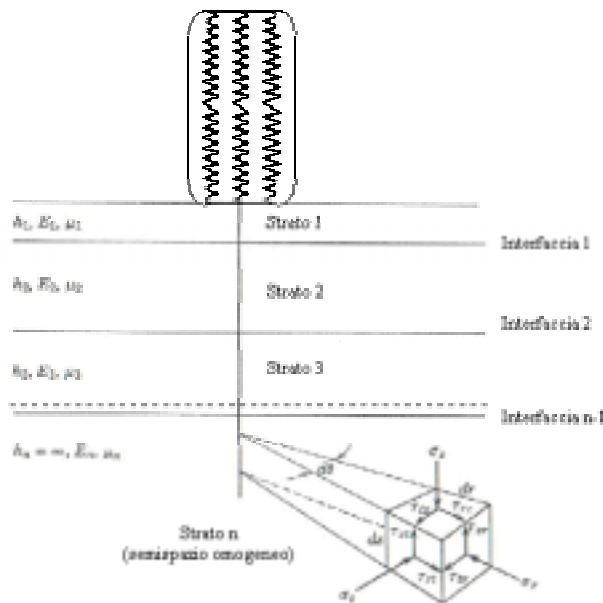


Figura 3. Tensioni agenti nel multistrato elastico

Nella presente memoria l'analisi del comportamento strutturale di pavimentazioni flessibili tenendo conto della non-linearità degli strati di fondazione e di sottofondo, è stato eseguita prendendo utilizzando un codice di calcolo che considera il multistrato come costituito da materiali elastici aventi caratteristiche di linearità. Partendo da valori dei moduli resilienti di primo tentativo per gli strati di fondazione e di sottofondo, con

un calcolo iterativo per successive approssimazioni si è giunti alla definizione dei valori di modulo in ciascuno degli strati non-lineari considerati.

In ciascuna iterazione di calcolo sono state considerate le tensioni di natura geostatica che si sovrappongono a quelle indotte dal carico. Per il sistema di riferimento cilindrico considerato dal codice di calcolo utilizzato, ciò ha richiesto dapprima il calcolo delle tensioni verticali, radiali e tangenziali (σ_z , σ_r ed σ_t), la successiva somma del contributo geostatico ed infine la trasformazione delle tre componenti totali nelle tre tensioni principali (σ_1 , σ_2 ed σ_3). Poiché la tensione tangenziale σ_t coincide con la σ_2 per ragioni di simmetria [Das, 1983], le componenti σ_1 e σ_3 sono state desunte dalla seguente equazione:

$$\sigma_{1,3} = \frac{(\sigma_z + \sigma_r) \pm \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 2(\tau_{rz})^2}}{2} \quad (\text{eq.21})$$

in cui τ_{rz} è la tensione tangenziale derivata dall'elemento di volume considerato nella geometria cilindrica, nella quale le componenti tangenziali τ_{rt} e τ_{zt} sono nulle.

3.1 Pavimentazione e carico di riferimento

Le analisi numeriche riportate in questa memoria sono state effettuate facendo riferimento ad una sovrastruttura composta da uno strato di sommità che rappresenta l'insieme degli strati legati a bitume nella tipica sovrastruttura flessibile, da un secondo strato di fondazione costituito da misto granulare, e dal semispazio di sottofondo in terra. Per concentrare l'analisi sui soli effetti legati alla non-linearità di fondazione e sottofondo è stato considerato uno strato superficiale di un unico spessore (10 cm) caratterizzato da un valore costante del modulo elastico (3500 MPa) e del rapporto di Poisson (0,35), mentre per lo strato di fondazione è stato assunto un unico spessore di 30 cm.

Le analisi sono state eseguite considerando il carico standard, costituito dall'asse da 80 kN a ruote singole con pressione di gonfiaggio (p_G) di 700 kPa e raggio di impronta (a) di 13,5 cm.

I calcoli sono stati effettuati considerando dapprima gli strati non-legati come strati unici a cui attribuire un solo valore delle costanti elastiche, e successivamente suddividendo gli strati di fondazione e di sottofondo in più sottostrati di piccolo spessore per tenere meglio conto della dipendenza del modulo dallo stato tensionale e quindi dalla profondità rispetto alla superficie. In quest'ultimo caso la fondazione è stata suddivisa in 5 sottostrati di pari altezza, mentre il sottofondo è stato suddiviso in 3 sottostrati: i primi due dello spessore di 5 cm ed il terzo indefinito nella direzione verticale (semispazio).

3.2 Analisi non-lineare con modelli semplificati

Le analisi condotte utilizzando i modelli semplificati, di Hicks-Monismith per la fondazione e di Thompson-Elliott per lo strato di sottofondo, sono state eseguite

assumendo i valori delle costanti di modello indicate nella Tabella 1 e i seguenti valori iniziali dei parametri elastici lineari:

- $E_2 = 350 \text{ MPa}$, $\nu_2 = 0,30$ (fondazione);
- $E_3 = 100 \text{ MPa}$, $\nu_3 = 0,45$ (sottofondo).

Parametri	K_1	K_2		
Hicks-Monismith	62,1 MPa	0,50		
Parametri	K_1	K_2	K_3	K_4
Thompson-Elliott	20,84 MPa	42,8 kPa	1110	178

Tabella 1. Costanti dei materiali non-legati considerate nel primo caso di analisi

I codici di calcolo basati sulla schematizzazione di multistrato elastico considerano strati caratterizzati da un unico valore dei parametri elastici. Di conseguenza, è stato individuato un punto rappresentativo per ciascuno strato in corrispondenza del quale valutare lo stato tenso-deformativo ad ogni iterazione di calcolo. Questo è stato quindi utilizzato per ricavare, tramite l'impiego dei modelli su citati, il valore del modulo elastico (resiliente) da attribuire allo strato nell'iterazione successiva. Per la localizzazione dei punti rappresentativi si è fatto riferimento alla intersezione della superficie media del bulbo delle pressioni (inclinata a 45°) con i piani orizzontali posti alla quota mediana di ciascuno strato o sottostrato considerato.

Per la sovrastruttura definita in precedenza è stato calcolato lo stato tensionale mediante i parametri σ_d e θ , la cui rappresentazione al raggiungimento della convergenza dopo cinque iterazioni è indicata in Figura 4.

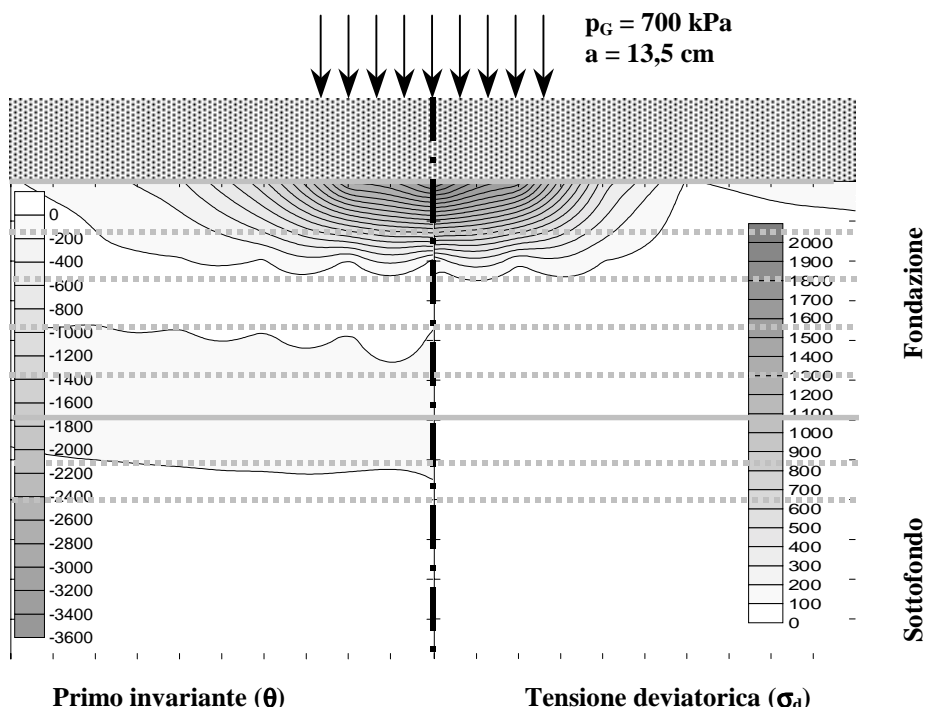


Figura 4. Parametri tensionali (in kPa) ottenuti a convergenza mediante i modelli di Hicks-Monismith (fondazione) e Thompson-Elliott (sottofondo)

Tali distribuzioni dei due indicatori di stato tensionale possono essere messe a confronto con quelle relative alla prima iterazione di calcolo, riportate nella Figura 5, che coincidono con le soluzioni del multistrato elastico lineare.

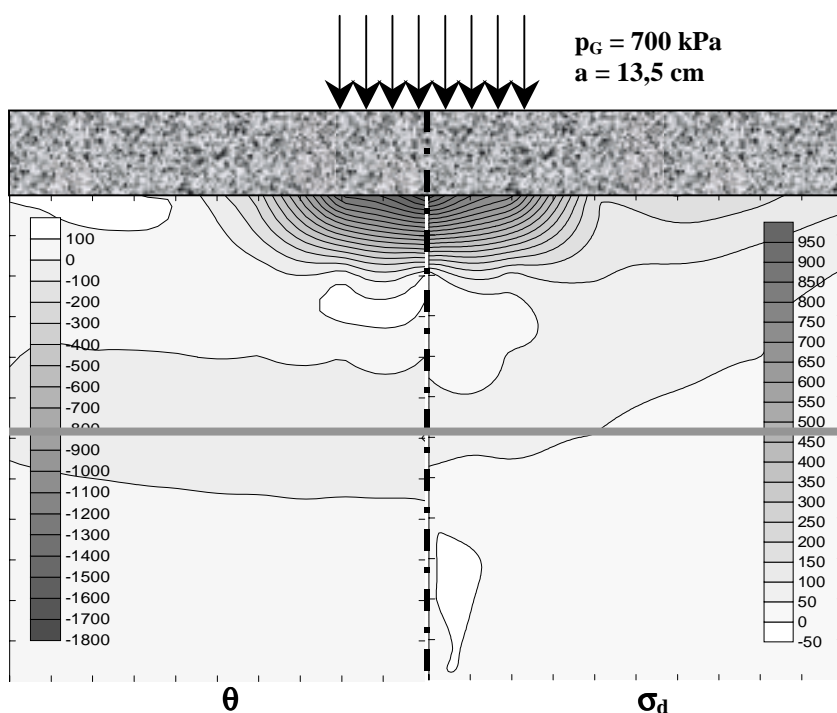


Figura 5. Parametri tensionali (in kPa) ottenuti alla prima iterazione (soluzione di multistrato elastico lineare)

Dall'esame della Figura 4 e della Figura 5 si evince che con la modellazione non-lineare dello strato di fondazione e del sottofondo si ha una sensibile alterazione della distribuzione delle tensioni nel multistrato. Nel caso di Figura 4 si evidenzia inoltre che esiste un'ampia zona nella parte superiore del bulbo delle sollecitazioni in cui risultano prevalenti le tensioni di trazione che determinano valori negativi del primo invariante ed elevati valori positivi della tensione deviatorica. Poiché i materiali granulari non sono caratterizzabili in un regime di sollecitazione di questo tipo, l'utilizzo di tali modelli costitutivi non-lineari semplificati nei codici di calcolo basati sulla schematizzazione di multistrato elastico risulta impossibile. Tale limitazione può essere però superata con un artificio matematico consistente nell'assumere nulle, al termine di ciascuna iterazione, le tensioni di trazione [Huang, 1993]. Tuttavia, tale assunzione, con la quale vengono considerati solo gli effetti delle tensioni di compressione, se da un lato rende possibile l'esecuzione del calcolo non-lineare mediante successive approssimazioni, dall'altro crea un consistente divario tra simulazione e realtà.

I risultati ottenuti adottando questo accorgimento sono riportati graficamente, in funzione delle successive iterazioni, in Figura 6. In essa si può rilevare che per entrambi gli strati, partendo dai valori iniziali di modulo resiliente rispettivamente pari a 350 MPa e 100 MPa, è stata raggiunta la convergenza in tutti i sottostrati dopo un numero piuttosto limitato di iterazioni. I medesimi grafici mettono inoltre a confronto i risultati

delle iterazioni compiute su strati indivisi (strato unico) con quelli relativi alla suddivisione in sottostrati descritta in precedenza (5 sottostrati nella fondazione, 3 sottostrati nel sottofondo). Dalla analisi dei dati di Figura 6 si deduce che:

- la suddivisione degli strati determina una sensibile differenziazione dei moduli con la profondità;
- i moduli elastici nei diversi sottostrati risultano complessivamente inferiori rispetto ai valori ottenuti per lo strato unico;
- la suddivisione in sottostrati consente di raggiungere la convergenza dopo un minor numero di iterazioni;
- nella fondazione i moduli ottenuti a convergenza decrescono con la profondità, al contrario di quanto accade nel sottofondo nel quale invece essi aumentano.

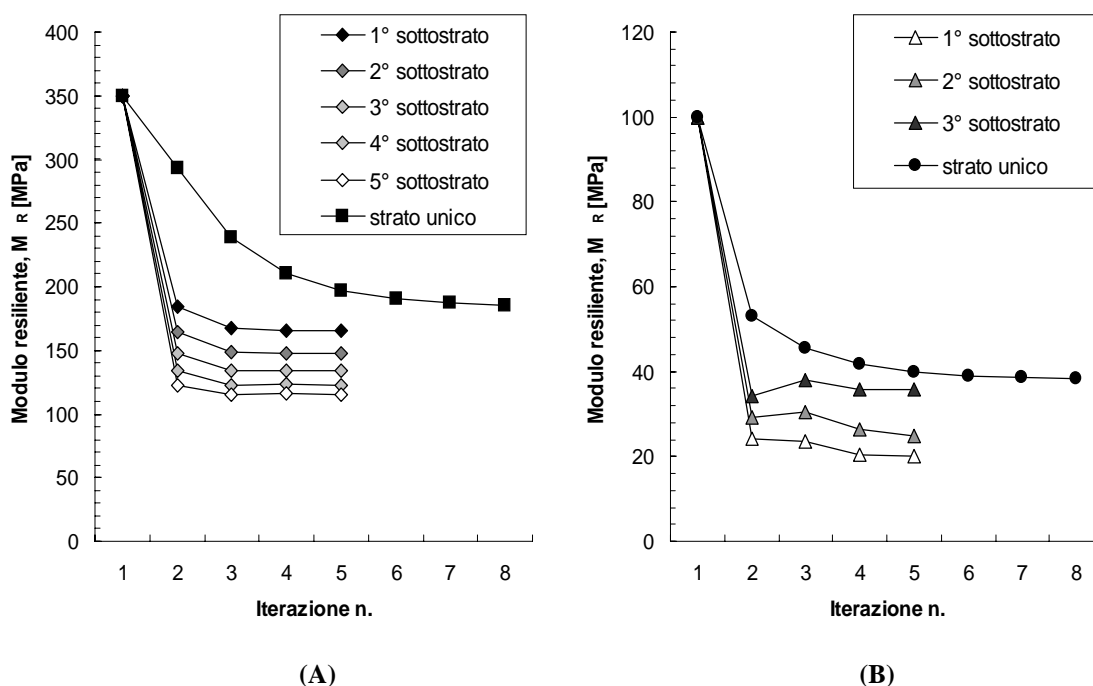


Figura 6. Moduli elastici degli strati di fondazione (A) e di sottofondo (B)

3.3 Analisi non-lineare con modelli avanzati

Sulla base delle osservazioni fatte relativamente all'uso dei modelli non-lineari semplificati, i modelli più avanzati sono stati impiegati mantenendo la suddivisione in 5 sottostrati per la fondazione ed in 3 sottostrati per il sottofondo. In ragione dei limitati livelli di tensione a cui è soggetto il sottofondo, in esso è stato adottato il modello di Uzan, mentre per la fondazione è stato considerato il modello di Hornych et al.. In questa fase l'analisi è stata eseguita valutando separatamente gli effetti di ciascun nuovo modello rispetto a quello considerato nel precedente paragrafo. Sono state effettuate pertanto due analisi parallele considerando il modello di Uzan associato a quello di Hicks-Monismith (secondo caso, Tabella 2), ed il modello di Hornych et al. associato a quello di Thompson-Elliott (terzo caso, Tabella 3).

Le costanti dei nuovi modelli costitutivi considerati sono state assunte in modo da avere una sovrapposizione delle curve caratteristiche con quelle derivanti dai modelli semplificati. Ciò viene mostrato nei due grafici di Figura 7, relativi al misto granulare di fondazione ed al terreno di sottofondo. Nel caso del modello di Hornyeh et al. i parametri caratteristici sono stati calcolati mediante regressione in modo da minimizzare gli scarti rispetto alla curva del modello di Hicks-Monismith relativa ad una tensione deviatorica pari a 80 kPa, valore medio rappresentativo dei cinque strati in cui è stata suddivisa la fondazione. Analogamente, per il sottofondo le costanti del modello di Uzan sono state stabilite facendo riferimento alle curve caratteristiche del modello di Thompson-Elliott, con un valore fisso del primo invariante delle tensioni pari a 21,5 kPa. Come nel caso dei calcoli effettuati con modelli non-lineari semplificati, i valori iniziali di prima iterazione dei moduli elastici sono stati assunti pari a quelli già del primo caso di analisi. Inoltre, anche i valori dei rapporti di Poisson sono stati mantenuti invariati.

Parametri	K_1	K_2	
Hicks-Monismith	62,1 MPa	0,50	
Parametri	K_3	K_4	K_5
Uzan	21,11 MPa	0,982	-0,797

Tabella 2. Costanti dei materiali non-legati considerate nel secondo caso di analisi

Parametri	K_a	G_a	n	γ
Hornyeh et al.	150 MPa	189,9 MPa	0,43	0,8
Parametri	K_1	K_2	K_3	K_4
Thompson-Elliott	20,84 MPa	42,8 kPa	1110	178

Tabella 3. Costanti dei materiali non-legati considerate nel terzo caso di analisi

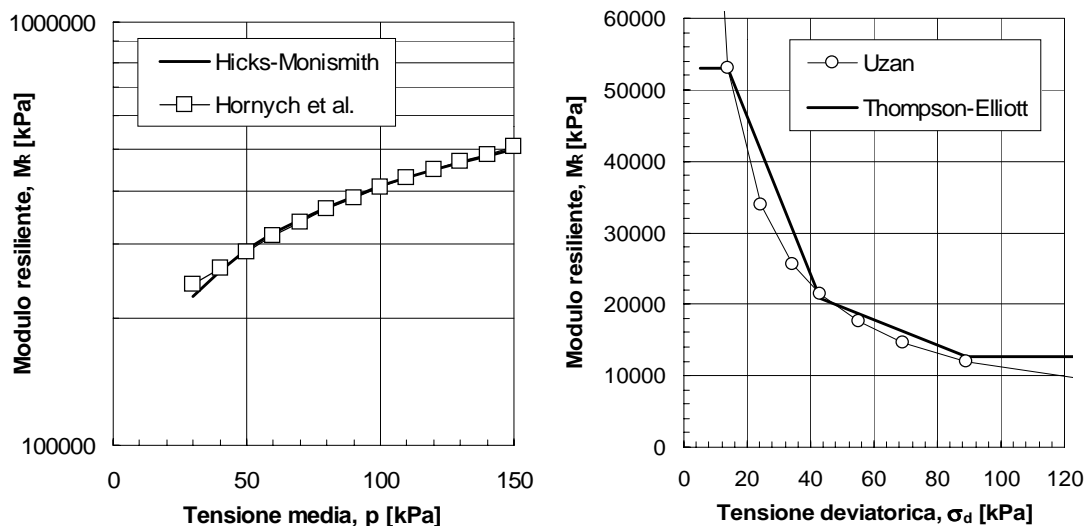


Figura 7. Confronto tra modelli semplificati e modelli assunti nelle simulazioni

I risultati ottenuti a seguito dei calcoli iterativi mostrano una sostanziale coincidenza tra le distribuzioni del primo invariante e della tensione deviatorica derivanti dall'uso dei modelli di Uzan (Figura 8) e di Thompson-Elliott (Figura 4) per la caratterizzazione del sottofondo. Ciò è dovuto al basso livello di sollecitazione indotto nel sottofondo dal

carico standard considerato, che giustifica l'uso di modelli costitutivi che considerano anche solo indirettamente l'effetto delle sole tensioni tangenziali.

L'impiego del modello di Hornych et al. per la rappresentazione del comportamento dello strato di fondazione porta invece a risultati (Figura 9) diversi da quelli visti in precedenza nel caso del modello di Hicks-Monismith (Figura 4). Dall'analisi dei risultati riportati in Figura 9, si possono infatti evidenziare i seguenti aspetti:

- la forma del bulbo delle pressioni è sensibilmente diversa proprio nello strato di fondazione;
- i valori del primo invariante e della tensione deviatorica in entrambi gli strati diminuiscono sensibilmente.

L'utilizzo del modello di Hornych et al. ha generato una serie di problemi di natura numerica. In particolare sono stati osservati valori del modulo elastico (E) e del rapporto di Poisson (ν) assolutamente non realistici sia per bassi valori della pressione media (p), sia per alti valori del rapporto q/p (maggiori di 6). Inoltre, l'uso di tale modello ha portato alla determinazione, all'interno degli strati considerati, di ampie zone in cui prevalgono le tensioni di trazione su quelle di compressione.

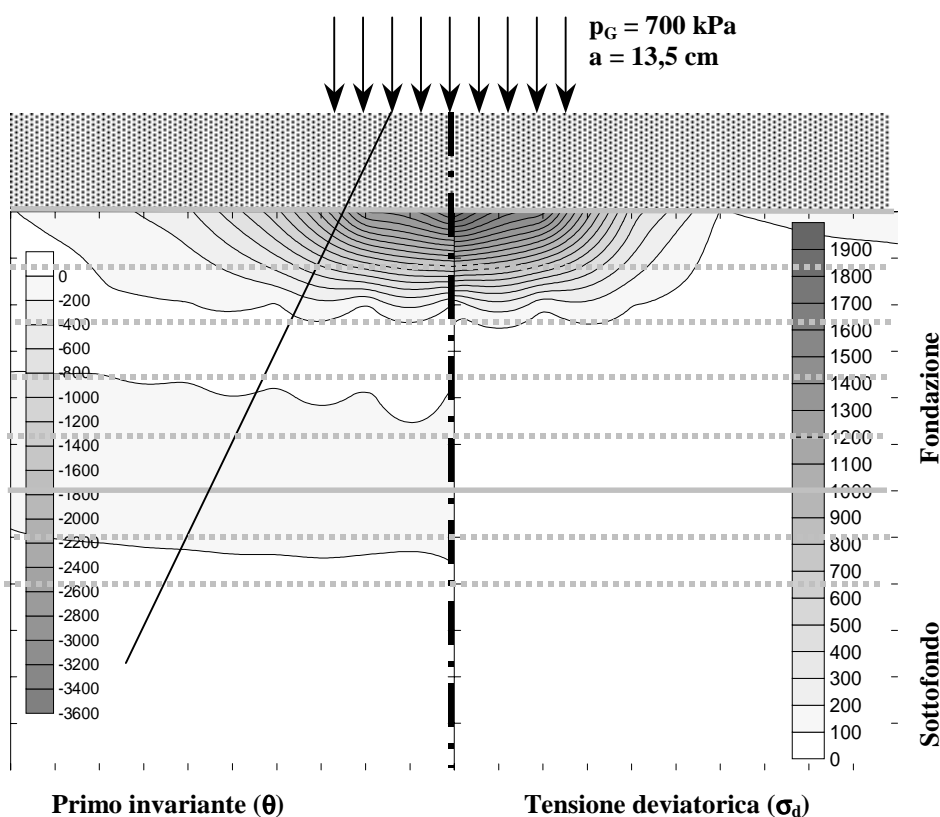


Figura 8. Parametri tensionali (in kPa) ottenuti mediante i modelli di Hicks-Monismith (fondazione) e Uzan (sottofondo)

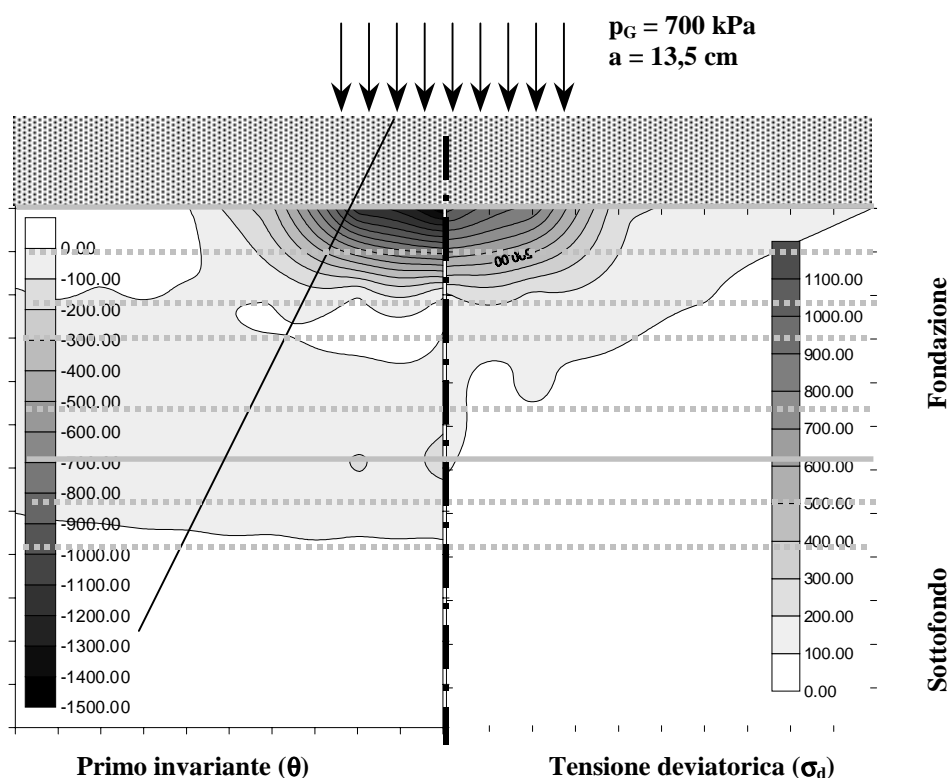


Figura 9. Parametri tensionali (in kPa) ottenuti mediante i modelli di Hornych et al. (fondazione) e Thompson-Elliott (sottofondo)

Per limitare questi inconvenienti si è pertanto proceduto all'adozione dei seguenti accorgimenti:

- la pressione media è stata incrementata di una quantità aggiuntiva (p_I) che simula gli effetti derivanti dalla presenza di una seppur minima coesione dovuta all'ingranamento e alla umidità residua dei materiali non-legati;
- per il parametro β è stato definito un intervallo di oscillazione ammissibile.

In Figura 9 sono rappresentati nel piano $p-q$ gli stati di tensione relativi all'introduzione del modello di Hornych et al. insieme con quelli desunti dall'impiego del modello $K-\theta$. Dall'esame della figura si osserva che per alcuni dei punti rappresentati lo stato di sollecitazione viola ogni possibile involucro di rottura. Ciò è dovuto al fatto che nell'impiego dei codici di calcolo basati sui multistrati non è possibile considerare gli effetti della redistribuzione locale degli sforzi che si verifica in corrispondenza delle zone di plasticizzazione. Si osserva inoltre che passando dal modello di Hicks e Monismith a quello di Hornych et al. le condizioni di sollecitazione risultano essere maggiormente compatibili con l'assunzione di una legge di plasticizzazione del materiale.

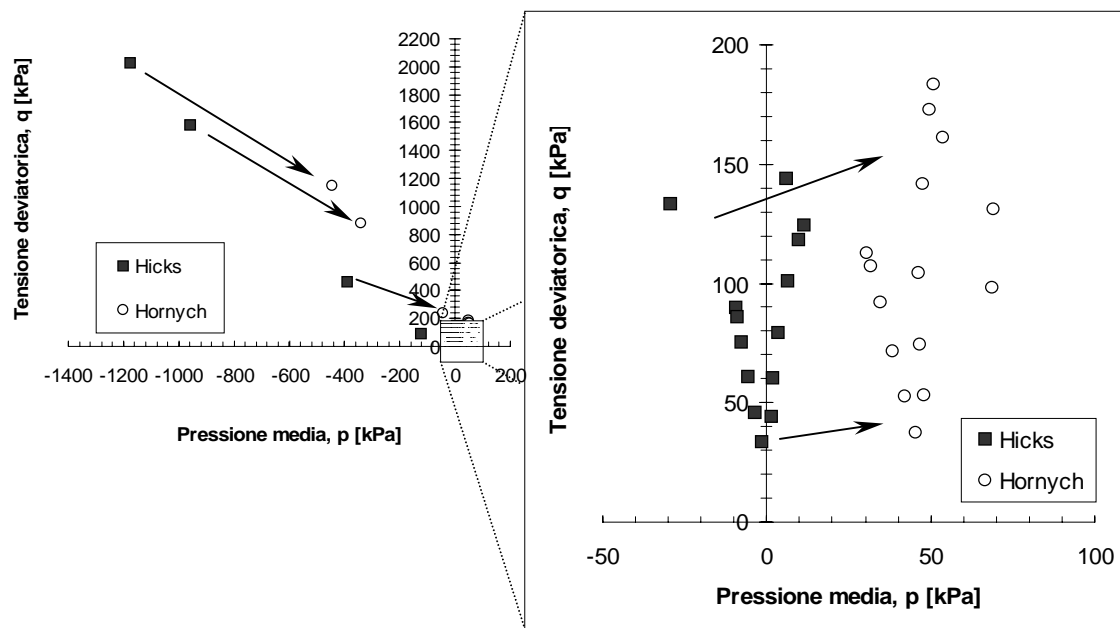


Figura 10. Rappresentazione nel piano (p,q) degli stati di sollecitazione valutati nel primo e nel terzo caso

3.4 Stima della durata della vita utile della pavimentazione

Come evidenziato nei precedenti paragrafi, utilizzando i modelli non-lineari si giunge, per la medesima pavimentazione, alla definizione di uno stato tenso-deformativo conseguente all'applicazione di un carico in superficie che risulta sensibilmente diverso rispetto a quello ricavato mediante analisi lineare. Ciò porta a definire, nelle analisi finalizzate alla stima della vita utile della pavimentazione, valori di durata differenti che oltretutto dipendono dagli specifici modelli di comportamento non-lineare utilizzati.

Nella presente memoria il confronto tra le varie modellazioni è stato fatto in termini di resistenza alla fatica e all'accumulo di deformazioni permanenti facendo riferimento, a titolo di esempio, le leggi di verifica e resistenza proposte dall'Asphalt Institute [1982]. Si sono pertanto considerate le seguenti espressioni, relative all'accumulo di danno da fatica:

$$N_F = 0,0796 \cdot \varepsilon_H \cdot \left| \frac{E^*}{6,9 \frac{kPa}{psi}} \right|^{-0,854} \quad (\text{eq.21})$$

ed all'accumulo di deformazione permanente:

$$N_D = 1,365 \cdot 10^{-9} \cdot \varepsilon_V^{-4,477} \quad (\text{eq.22})$$

in cui ε_H rappresenta la deformazione orizzontale massima misurata nel lembo inferiore degli strati legati a bitume di modulo E^* , ε_V la deformazione verticale massima calcolata sulla sommità del sottofondo.

3.4.1 Confronto tra i modelli

Nei due grafici di Figura 11 sono sintetizzati i valori ottenuti, per ciascuno dei tre casi prima descritti, rispettivamente per le deformazioni orizzontali ε_H valutate alla profondità di 10 cm (interfaccia tra strati legati e fondazione), e per quelle verticali ε_V relative alla profondità di 40 cm (interfaccia tra fondazione e sottofondo).

Dall'esame delle curve di Figura 11 emerge la sostanziale differenza tra i primi due casi ed il terzo. In quest'ultimo si determina infatti un livello di deformazione complessivamente inferiore rispetto a quello dei primi due, che si traduce in una stima della vita utile molto più elevata, valutata in termini di numero di passaggi ammissibili N_f del carico di riferimento sulla pavimentazione. Ciò viene indicato nella Tabella 4, ove sono anche riportate le variazioni percentuali di durata ΔN_f valutate rispetto al primo caso nel quale si fatto uso dei modelli semplificati.

Mediante ulteriori calcoli, non riportati in tabella, gli Autori hanno infine rilevato che per ottener una durata analoga a quella associata alla modellazione effettuata nel terzo caso, nel primo caso, basato sull'utilizzo dei modelli semplificati, sarebbe stato necessario un incremento dello spessore complessivo di pavimentazione pari a 5 cm.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Fondazione →	Hicks-Monismith	Hicks-Monismith	Hornych et al.
Sottofondo →	Thompson-Elliott	Uzan	Thompson-Elliott
ε_H (trazione)	$-3,37 \cdot 10^{-4}$	$-3,40 \cdot 10^{-4}$	$-2,08 \cdot 10^{-4}$
N_F	285.908	277.689	1.399.296
ΔN_F	-	-3%	+389%
ε_V (compressione)	$1,16 \cdot 10^{-3}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$	$5,94 \cdot 10^{-4}$
N_D	18.948	25.037	379.220
ΔN_D	-	+32%	+1900%

Tabella 4. Influenza dei modelli non-lineari su deformazioni e stime della vita utile

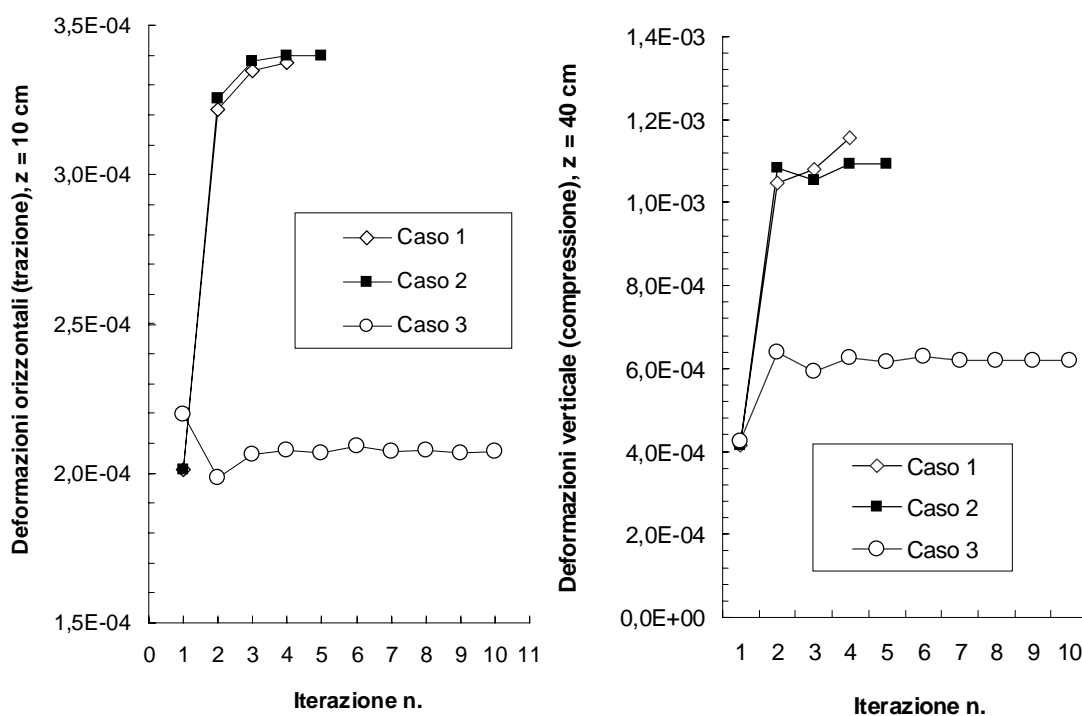


Figura 11. Deformazioni orizzontali (z = 10 cm) e verticali (z = 40 cm) valutate iterativamente nei tre casi considerati

3.4.2 Influenza della suddivisione degli strati

Nel caso in cui sono stati impiegati nella sovrastruttura di riferimento i modelli di Hornych et al. per la fondazione e di Thompson-Elliott per il sottofondo, si è osservata una marcata dipendenza dei risultati dal numero di sottostrati introdotti nella schematizzazione. Ciò ha determinato una certa variabilità delle vite utili stimate, riportate insieme con le deformazioni critiche orizzontali e verticali nella Tabella 5 facendo riferimento ad una schematizzazione con strati indivisi (1+1 strato), con strati divisi in due sottostrati (2+2 strati) o con strati divisi come indicato in precedenza (5+3 strati).

Analizzando i risultati di Tabella 5 si osserva che, poiché al crescere del numero di sottostrati diminuiscono le deformazioni di trazione, facendo riferimento ai casi estremi si ha un incremento della stima della durata a fatica pari a circa il 18%. L'aumento del numero di sottostrati provoca invece un aumento della deformazione verticale del sottofondo, legata all'accumulo di deformazioni permanenti: le corrispondenti variazioni della vita utile sono dell'ordine del 10-20%.

	1 + 1 strato	2 + 2 strati	5 + 3 strati
ϵ_H (trazione)	$-2,19 \cdot 10^{-4}$	$-2,09 \cdot 10^{-4}$	$-2,08 \cdot 10^{-4}$
N_F	1.181.013	1.377.383	1.399.296
ΔN_F	-	+17%	+18%
ϵ_V (compressione)	$5,80 \cdot 10^{-4}$	$6,09 \cdot 10^{-4}$	$5,94 \cdot 10^{-4}$
N_D	421.954	339.157	379.219
ΔN_D	-	-20%	-10%

Tabella 5. Influenza della suddivisione degli strati sulla stima della vita utile

4 APPLICAZIONE

Come esempio applicativo delle analisi non-lineare fin qui illustrate, è stata considerata una sovrastruttura flessibile appartenente al Catalogo delle Pavimentazioni Stradali del CNR [1994]. Questa è indicata nella scheda di Catalogo 1F per una Autostrada Extraurbana sulla quale è ammesso il transito di 45 milioni di veicoli commerciali, ed è composta da un pacchetto di strati legati dello spessore complessivo di 45 cm e da una fondazione in misto granulare di 15 cm che poggia sul sottofondo. Le caratteristiche meccaniche dei vari strati costituenti la sovrastruttura sono state considerate in accordo ai riferimenti indicati dal Catalogo e vengono riportate nella Tabella 6. Per semplicità di trattazione il traffico, la cui composizione è individuata dagli spettri riportati nel Catalogo, è stato omogeneizzato all'asse standard, costituito dall'asse singolo da 80 kN a ruote singole con pressione di gonfiaggio (p_G) di 700 kPa e raggio di impronta (a) di 13,5 cm. Ai 45 milioni di veicoli previsti per tale sovrastruttura risultano corrispondere, secondo tale approccio, circa 105 milioni di assi standard.

La sovrastruttura è stata dapprima verificata, limitatamente al solo caso della fessurazione a fatica degli strati legati, mediante una analisi di tipo lineare ed utilizzando i medesimi modelli di verifica considerati dai redattori del Catalogo [Verstraeten, 1972, Marchionna et al., 1987]. Successivamente sono state ripetute le verifiche considerando gli strati non-legati a comportamento non-lineare mediante l'uso dei modelli di Hornych et al. per la fondazione e di Uzan per il sottofondo. I valori dei parametri utilizzati in tali modelli sono indicati nella Tabella 7. Le quattro costanti caratterizzanti la fondazione (K_a , G_a , n e γ) sono state ricavate mediante regressione in modo da minimizzare gli scarti rispetto ai dati caratteristici, rappresentati nel piano $p-M_R$, del modello $K-\theta$. Per quest'ultimo si sono considerate le costanti K_1 pari a 6500 kPa e K_2 pari a 0,5 in accordo con quanto indicato nel Catalogo. Calcoli analoghi sono stati effettuati per definire i valori delle costanti caratterizzanti il sottofondo secondo il modello di Uzan. In questo caso le curve caratteristiche di riferimento sono state derivate dall'impiego del modello di Thompson-Elliott con parametri aventi i valori riportati in Tabella 3.

I risultati della verifica della pavimentazione nell'ipotesi di non-linearità ha portato, coerentemente con quanto già osservato in precedenza per la pavimentazione standard presa in esame, ad un minore danno accumulato che nel caso specifico è risultato inferiore all'unità e pari a 0,61. Di conseguenza, si è rilevato che seguendo l'approccio di dimensionamento non-lineare la sovrastruttura potrebbe essere ulteriormente ottimizzata riducendo lo spessore della base di 4 cm, passando dai 32 cm previsti dal Catalogo ai 28 cm che sono associati ad un danno cumulato prossimo all'unità.

Strato	h_i [m]	E [MPa]				ν
		Inverno	Primavera	Estate	Autunno	
Usura	0,06	11585	5660	1447	5198	0,35
Collegamento	0,07	13995	7760	2265	6681	0,35
Base	0,32	16018	9279	3213	8575	0,35
Fondazione	0,15		80			0,40
Sottofondo	-		90			0,45

Tabella 6. Caratteristiche geometriche e meccaniche della sovrastruttura considerata

Parametri	K_a	G_a	n	γ
Hornych et al.	150,6 MPa	203,9 MPa	0,49	0,8
Parametri	K_3	K_4	K_5	
Uzan	16889 kPa	1,16	-0,47	

Tabella 7. Valori dei parametri dei modelli non-lineari

Ipotesi	Linearità	Non-linearità
Danno cumulato	0,98	0,61

Tabella 8. Risultati della verifica della pavimentazione

5. CONCLUSIONI

In questa memoria sono state sviluppate e commentate analisi numeriche del comportamento strutturale di pavimentazioni flessibili che hanno permesso agli Autori di evidenziare le potenzialità dei modelli costitutivi non-lineari per la caratterizzazione dei materiali non-legati. Questi, quando utilizzati in maniera iterativa all'interno dei codici di calcolo delle sovrastrutture basati sulla schematizzazione di multistrato elastico, consentono di definire stati tenso-deformativi sensibilmente differenti da quelli individuati dalle tradizionali analisi di tipo lineare. Ciò si traduce in una variazione della stima della vita utile delle sovrastrutture con riferimento sia alla resistenza alla fessurazione a fatica degli strati legati a bitume, sia a quella all'accumulo di deformazioni permanenti nel sottofondo. Tali variazioni della vita utile delle pavimentazioni sono ancora più marcate nel caso in cui si utilizzino modelli di rappresentazione del comportamento dei materiali non-legati più avanzati, in grado di tenere conto degli effetti dilatanti delle sollecitazioni di taglio e dell'anisotropia [Uzan, 1985, Hornych et al., 1998].

Poiché la costruzione e manutenzione delle sovrastrutture stradali richiedono grossi investimenti di capitali pubblici e privati, è auspicabile che in futuro il loro dimensionamento venga effettuato attraverso l'uso di metodi di calcolo razionali che considerino le effettive proprietà meccaniche dei materiali, ad esempio tenendo conto delle caratteristiche di non-linearità dei materiali non-legati. Queste precisazioni richiedono generalmente un maggior onere di calcolo ed obbligano il progettista ad un più attento controllo delle elaborazioni per evitare che si verifichino impreviste e pericolose instabilità di tipo numerico. Tali sforzi diventano tuttavia necessari nel momento in cui l'esigenza di una maggiore salvaguardia delle risorse naturali impone un più razionale impiego di materiali, compresi quelli sino ad oggi scartati poiché considerati non idonei all'uso.

7. BIBLIOGRAFIA

- AASHTO T292-91**, "Resilient Modulus of Subgrade Soils and Untreated Base/Subbase Materials", *Standard Specifications for Transportation Materials and Methods of Sampling and Testing*, 19th ed. American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, D.C., 1998, Part II, pp. 1057-1071.
- Akou, Y., Heck, J.V., Kazai, A., Hornych, P., Odéon, H., Piau, J.M.**, "Modelling of Flexible Pavements Using the Finite Element Method and a Simplified Approach",

Proceedings of an International Workshop on Modelling and Advanced Testing for Unbound Granular Materials, Lisbon, Portugal, 21-22 January, A.A. Balkema, 1999, pp.207-220.

Asphalt Institute, *Thickness Design Manual (MS-1)*, Asphalt Institute, Research Report n.82-2, Ninth Edition, 1982.

Balay, J., Gomes Coerreia, A., Jouve, P., Hornych, P., « Mechanical Behaviour of Soils and Unbound Granular Materials, Modelling of Flexible Pavements – Recent Advances”, *Proceedings of the 8th International Conference On Asphalt Pavements*, University of Washington, Seattle, Washington, 1997, pp. 823-841.

Boyce, H.R., "A Non-Linear Model for the Elastic Behaviour of Granular Materials Under Repeated Loading", *Proceedings of the International Symposium on Soils Under Cyclic and Transient Loading*, Swansea, U.K., 1980, vol.1, pp.285-294.

Brown, S.F., Pappin, J.W., "Analysis of Pavements with Granular Bases", *Transportation Research Record 810*, TRB, National Research Council, Washington D.C., 1981, pp.17-23.

Brown, S.F., Pappin, J.W., "Modelling of Granular Materials in Pavement", *Transportation Research Record 1022*, TRB, National Research Council, Washington D.C., 1985, pp. 45-51.

Consiglio Nazionale delle Ricerche, *Catalogo delle Pavimentazioni Stradali*, 1994.

Das, B.M., *Advanced Soil Mechanics*, Hemisphere Publishing Corporation – McGraw-Hill Company, 1983.

Gomes Correia, A., De Almeida, J.R., “Mechanical Behaviour of Unbound Granular Materials for Modelling of the Flexible Pavements”, *Proceedings of the 5th International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Airfields*, Trondheim, Norway, 6-8 July 1998, pp.1277-1287.

Gomes Correia, A., Hornych, P., Akou, Y., “Review of Models and Modelling of Unbound Granular Materials”, *Proceedings of an International Workshop on Modelling and Advanced Testing for Unbound Granular Materials*, Lisbon, Portugal, 21-22 January, A.A. Balkema, 1999, pp.3-16.

Hicks, R.G. and Monismith, C.L., “Factors Influencing the Resilient Properties of Granular Materials”, *Transportation Research Record 345*, TRB, National Research Council, Washington D.C., 1971, pp. 15-31.

Hornych, P., Kazai, A., Piau, J.M., “Study of the Resilient Behaviour of Unbound Granular Materials”, *Proceedings of the 5th International Conference on the Bearing Capacity of Roads and Airfields*, Trondheim, Norway, 6-8 July 1998, pp.1211-1220.

Huang, Y.H., *Pavement Analysis and Design*, Prentice Hall, 1993.

Mamlouk, M.S., Sarofim, R.T., “Modulus of Asphalt Mixtures – An Unresolved Dilemma”, *Transportation Research Record 1171*, TRB, National Research Council, Washington D.C., 1988, pp. 193-198.

Marchionna, A., Fornaci, M.G., Malgarini, M., “Evaluation of Flexible Pavements and Overlay Design Based on FWD tests”, *Proceedings of the 6th International Conference on Structural Design of Pavements*, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, 1987, pp.628-637.

Rada, G., Witzak, M.W., “Comprehensive Evaluation of Laboratory Resilient Moduli Results for Granular Material.” *Transportation Research Record No. 810*, Transportation Research Board, National Research Council, Washington D.C., 1981.

- Thompson, M.R., Elliot R.P.**, “ILLI-PAVE Based Response Algorithms for Design of Conventional Flexible Pavements”, *Transportation Research Record 1043*, TRB, National Research Council, Washington D.C., 1985, pp. 50-57.
- Thompson, M.R., Tutumluer, E., Bejarano, M.**, “Granular material and Soil Moduli”, *Final Report, COE Report No. 1*, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, February 1998.
- Uzan, J.**, “Characterization of Granular Materials”, *Transportation Research Record 1022*, TRB, National Research Council, Washington D.C., 1985, pp. 52-59.
- Verstraeten, J.**, “Moduli and Critical Strains in Repeated Bending of Bituminous Mixes. Application to Pavement Design”, *Proceedings of the 3rd International Conference on Structural Design of Pavements*, Grosvenor House, Park Lane, London, England, 1972, pp.729-738.