



**APPROCCIO STATISTICO
AL CALCOLO DEL TRAFFICO EQUIVALENTE
SULLE ROTATORIE
IN BASE A MISURE DI DEFLUSSO**

Savino Rinelli

Dipartimento di Idraulica, Infrastrutture, Ambiente e Rilevamento
Politecnico di Milano
P.za Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano
Tel: +39 02.2399.6613 - Fax: +39.02.2399.6606
E-mail: rinelli@mail.dstm.polimi.it

Emmanuele Vaghi

Dipartimento di Idraulica, Infrastrutture, Ambiente e Rilevamento
Politecnico di Milano
P.za Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano
Tel: +39 02.2399.6730 - Fax: +39.02.2399.6720
E-mail: vaghi@mail.dstm.polimi.it

APPROCCIO STATISTICO AL CALCOLO DEL TRAFFICO EQUIVALENTE SULLE ROTATORIE IN BASE A MISURE DI DEFLUSSO

SAVINO RINELLI - Dipartimento di Idraulica, Infrastrutture, Ambiente, Rilevamento Politecnico di Milano

EMMANUELE VAGHI - Dipartimento di Idraulica, Infrastrutture, Ambiente, Rilevamento Politecnico di Milano

SOMMARIO

Per affrontare in modo razionale lo studio delle reali condizioni di circolazione in una rotatoria, occorre disporre di modelli che siano in grado di rappresentare le peculiarità del singolo nodo non solo in relazione alla geometria dell'impianto strutturale, ma anche in termini di carico di traffico (entità e composizione). Tra l'altro si rileva che le penalizzazioni indotte sulla capacità di traffico dai veicoli commerciali risultano correlabili alle caratteristiche geometriche e di traffico dell'intersezione in maniera molto più complessa di quanto non avvenga per i tronchi stradali. È quindi sentita l'esigenza di costruire un esteso database di rilievi di deflusso su rotatorie dalle caratteristiche geometriche e di traffico differenti, al fine di mettere a punto procedimenti di predizione dei coefficienti di equivalenza dei veicoli non standard, per la verifica dei dimensionamenti durante la progettazione dell'intersezione.

Il presente intervento propone una metodologia statistica per l'analisi dei rilievi da effettuare e il calcolo dei coefficienti di equivalenza.

Dopo l'analisi degli scarsi suggerimenti della letteratura tecnica sulla determinazione dell'influenza dei veicoli pesanti sul deflusso in rotatoria, si presenta il metodo dei minimi quadrati e se ne sviluppa nel dettaglio l'applicazione al problema in esame, con due livelli di affinamento del calcolo. Si mette in luce l'importanza della corretta individuazione delle osservazioni riferite a condizioni di deflusso equivalenti e prossime alla capacità del braccio di entrata e si implementa un semplice criterio di selezione derivato dalla formula VSS di Ems e Berger.

Si verifica quindi l'applicabilità del metodo a un caso reale, elaborando rilievi di traffico disponibili per una rotatoria di medie dimensioni. I risultati evidenziano la notevole variabilità dei coefficienti di equivalenza per bracci di entrata differenti di una stessa rotatoria, confermando la necessità dell'adozione di coefficienti differenziati a seconda delle caratteristiche specifiche di geometria e traffico. Parallelamente, emergono indicazioni sulle caratteristiche necessarie ai rilievi di traffico da effettuare per la costruzione del database previsto.

ABSTRACT

The rational study of traffic conditions in roundabouts requires suitable models to represent local single node characteristics, not only regarding the geometrical design, but also considering the traffic load (amount and composition).

In fact, it has been pointed out that the hindrance to the traffic capacity created by commercial vehicles relates to the local geometrical and traffic conditions in a more complex way than what is usual for continuous road sections.

Hence, a need is felt to compile a broad database of flow measurements on roundabouts that differ in both geometrical and traffic characteristics. This would allow to set up procedures for assessing equivalents for non-standard vehicles, and to provide a support for intersection projects during the design phase.

The present paper proposes a statistical method for analysing the specific measurements that will be carried out, and for calculating private car equivalents.

After having examined the few suggestions available in the technical literature on the assessment of commercial vehicle influence on flow in roundabouts, the least squares method is presented. The method is then developed in detail as applied to the current problem, and on two different levels of precision.

The importance of a correct specification for the observations as referred to equivalent and close-to-capacity flow conditions is highlighted, and a simple selection criterion is derived from the Ems and Berger VSS formula.

The applicability of this method is tested on real data, by processing available flow measurements for a medium-size roundabout. The results show a remarkable variability in the equivalents for different entrances to the same roundabout, confirming the need to adopt different equivalents for non-standard vehicles according to the local geometrical and traffic characteristics.

Moreover, the analysis provides useful suggestions about the characteristics of the traffic measurements that should be carried out to form the database.

1. INTRODUZIONE

La capacità di traffico di una rotonda dipende dalla conflittualità tra le traiettorie dei veicoli ad essa afferenti, ovvero dall'entità dei flussi che vi si interscambiano in ragione delle rispettive origini e destinazioni (matrice O/D), in quanto i veicoli che compiono manovre di svolta a sinistra impegnano l'anello centrale più di quanto facciano i veicoli che svoltano a destra.

Numerose osservazioni hanno però mostrato che, se il raggio dell'isola centrale non è troppo piccolo e i vari bracci sono sufficientemente distanti tra di loro, l'anello girevole può essere assimilato ad un tronco di strada monodirezionale sul quale i vari rami della rotonda si innestano a T: al calcolo della capacità di traffico del nodo può quindi sostituirsi il calcolo della capacità di traffico delle singole entrate.

Tale impostazione permette di fissare i flussi massimi smaltibili da entrate successive e di comparare il massimo di ogni ramo con il flusso reale dell'entrata, per stabilire le riserve di capacità disponibili per ciascun ramo. Le capacità di entrate successive non sono comunque indipendenti: l'aumento di traffico da una di esse comporta un maggior traffico sull'anello, e, di conseguenza, diminuiscono i flussi smaltibili dalle altre entrate.

L'accesso dei veicoli all'anello è ostacolato da due correnti di traffico: primariamente dal flusso circolante sull'anello, in cui il veicolo si deve inserire; in minore misura dai mezzi che impegnano l'uscita subito a monte dell'entrata in esame. Ciò in quanto i veicoli uscenti non sono immediatamente percepiti come tali, sia perché i conducenti comunemente non segnalano la manovra, sia perché la traiettoria spesso appare esitante, per cui i veicoli in attesa di entrata

non utilizzano una parte degli intervalli disponibili. Tale disturbo si annulla quando le isole separatrici sono larghe almeno 15 m.

Molti sono stati i legami funzionali proposti tra le correnti di traffico coinvolte, e si riferiscono a scuole nazionali in quanto i comportamenti degli utenti variano fortemente da paese a paese. I transiti di veicoli differenti sono riportati sempre a flussi omogenei con il metodo dei coefficienti di equivalenza; tuttavia questo aspetto del problema appare secondario in molti studi di riferimento in letteratura, in quanto l'assegnazione dei coefficienti alle classi di traffico è trattata sommariamente o non è affrontata per nulla.

Tra le indicazioni reperibili, la formula inglese, basata sugli studi di Kimber, utilizza un coefficiente di equivalenza pari a due per i mezzi pesanti [1]. Tale valore si riscontra anche nella guida francese CETUR [2], dove peraltro si fa presente una generica esigenza di accrescerlo per traffici pesanti consistenti su rotatorie di piccole dimensioni. La stessa guida dà indicazioni per i coefficienti di equivalenza dei veicoli a due ruote: 0,2 nei bracci di entrata e 0,8 sull'anello, oppure il valore intermedio 0,5 per entrambe le posizioni.

Ancora di scuola inglese sono le indicazioni TRRL, che assegnano ai mezzi pesanti coefficienti di 1,9 in entrata e 1,7 sull'anello, e ai veicoli a due ruote rispettivamente 0,2 e 0,8.

La Guida Svizzera delle Rotatorie suggerisce gli stessi coefficienti di 0,2 e 0,8 per i motocicli leggeri in entrata e sull'anello, da mediare su valori compresi tra 0,3 e 0,5 quando il numero di questi veicoli è basso. Propone invece 2,0 per i veicoli pesanti.

Le esperienze australiane danno indicazioni più articolate. Se il numero degli autocarri è minore del 5% del flusso totale, essi possono essere considerati equivalenti ad un'unità del veicolo passeggeri di riferimento. Quando la quota di traffico pesante è maggiore del 5%, gli autocarri vanno convertiti con coefficienti pari a 2,0, mentre ogni autoarticolato equivale a 3,0 autovetture. Per i motocicli si suggerisce 0,5. È prevista la possibilità di affinare l'analisi con coefficienti diversi per le entrate e l'anello: 1,9 e 1,7 per gli autocarri, 0,2 e 0,8 per i motocicli [3].

La necessità, sentita da molte scuole, di attribuire pesi diversi ai veicoli che non siano autovetture a seconda che si trovino sui rami di entrata o sull'anello, mette in luce che l'intralcio relativo apportato alla circolazione dipende non solo dalla natura del veicolo, ma anche dalla manovra in corso e dalle caratteristiche della traiettoria seguita.

A valle di questa osservazione, non appare più corretto assumere coefficienti unici e prestabiliti per ogni rotatoria e per ogni sua zona, ma bisogna considerare il legame con le caratteristiche specifiche di geometria e traffico. In particolare, all'interno di ogni rotatoria, bisogna caratterizzare diversamente ogni ramo di entrata. A titolo di esempio, basta pensare al caso di una rotatoria provvista di bracci di entrata in pendenza, per rendersi conto del diverso aggravio alla circolazione dato dai veicoli pesanti entranti in salita rispetto a quelli entranti in discesa.

I metodi automatici di rilievo permettono di raccogliere a costi ridotti misure numerose di flussi, disaggregate per classi di lunghezza e velocità dei veicoli. Avendo a disposizione un numero sufficiente di osservazioni per ciascuna sezione di interesse, è possibile definire coefficienti di equivalenza specifici per ogni rotatoria, per ogni sua entrata e per varie sezioni dell'anello centrale.

Si espone nel presente articolo un metodo statistico rigoroso, derivato da quelli utilizzati nelle discipline del rilevamento, che permette il calcolo dei coefficienti di equivalenza a partire da misure di flussi di veicoli disaggregate per classi di lunghezza. Il metodo propone due livelli di affinamento dell'analisi statistica, a seconda della precisione richiesta ai coefficienti. Ne viene verificata l'applicabilità ad un caso reale e si traggono indicazioni per l'esecuzione di rilievi ad hoc.

2. IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

Si intendano stimare i coefficienti di equivalenza per una corrente di traffico composta da autovetture e da m classi di altri veicoli. Le osservazioni a disposizione devono riferirsi a condizioni di traffico ritenute equivalenti e devono essere in numero almeno pari a quello dei coefficienti da stimare più uno, in quanto anche il traffico equivalente complessivo è un'incognita del problema. Ciascuna osservazione è costituita da un vettore di dimensione $m+1$ che contiene il flusso di traffico misurato, disaggregato per classi di veicoli.

Normalmente, al fine di evitare che condizioni particolari poco significative determinino il risultato dell'elaborazione, come si evidenzierà nell'esempio applicativo nel seguito, si raccolgono misure di traffico in numero superiore a quanto strettamente necessario. Distanziando convenientemente le osservazioni nel tempo, diventa possibile assumere che esse siano indipendenti. È quindi sotto quest'ipotesi corretto stimare le grandezze di interesse con il metodo dei minimi quadrati. A seguito della prima formulazione, dovuta a Gauss, per un problema di astronomia, il metodo è stato introdotto e applicato in moltissimi campi dell'ingegneria e delle scienze applicate. In particolare, esso è di fondamentale importanza per le discipline del rilevamento.

L'analisi quantitativa di qualsiasi fenomeno prevede la definizione di modelli funzionali tra le grandezze osservate; essi sono determinati da un certo numero di variabili e dalle relazioni che le legano. Lo stesso fenomeno può essere interpretato con modelli funzionali differenti, a seconda del grado di affinamento richiesto e degli aspetti che si intendono mettere in luce; ad ogni modo, quando la scelta è compiuta ed il modello è implementato in forma matematica, è fissato il numero minimo di variabili da cui è determinato univocamente (n_0). Il numero totale di osservazioni disponibili è indicato con n . Quando $n > n_0$ si dice che il sistema è ridondante, e si definisce ridondanza del sistema la differenza $r = n - n_0$.

In genere, a causa della variabilità statistica delle osservazioni, i dati raccolti non sono contemporaneamente compatibili con il modello funzionale. Effettuando il calcolo con differenti sottoinsiemi di n_0 osservazioni estratte tra le n disponibili, si ottengono diverse soluzioni al problema, in genere non compatibili con le osservazioni non utilizzate. Diventa quindi necessario introdurre un criterio aggiuntivo, che permetta di ottenere una stima unica delle grandezze sulla base di tutte le osservazioni disponibili. Il metodo sostituisce all'insieme originario di osservazioni, costituite da n vettori l_i ridondanti ma incompatibili, un vettore di stime \hat{l} in grado di soddisfare il modello funzionale. Introducendo nelle relazioni funzionali le osservazioni misurate l_i si ottengono per le variabili esplicitate valori diversi rispetto a quelli prodotti dalle stime \hat{l} . La differenza è detta correzione o residuo, e vettore dei residui o delle correzioni è il vettore v , di dimensione n , i cui elementi sono tale differenza per ogni osservazione a disposizione.

In presenza di ridondanza, esiste un numero infinito di vettori \hat{l} in grado di soddisfare il modello. Un criterio per rendere univoca la scelta è quello dei minimi quadrati. Tale principio intende determinare il vettore di stime più vicino possibile ai valori delle osservazioni, sulla base delle loro proprietà statistiche. Il metodo presenta la proprietà fondamentale di poter essere applicato anche senza conoscere a priori il tipo di distribuzione statistica associata alle osservazioni. Tuttavia, se si assume di trovarsi nel campo di applicazione del teorema centrale della statistica e quindi si ritiene che le osservazioni siano distribuite secondo una normale, il risultato coincide con quello ricavabile col metodo della massima verosimiglianza, cioè le osservazioni effettivamente a disposizione si trovano ad avere probabilità composta massima.

Assumendo che tutti i dati disponibili abbiano la stessa dignità, e quindi lo stesso peso, il principio è implementabile come minimizzazione della funzione $f = \sum_{i=1}^n (v_i^2)$, dove i è l'indice che percorre gli elementi del vettore. Qualora invece sia necessario attribuire un peso diverso alle osservazioni, si introduce una matrice diagonale dei pesi W . La funzione da minimizzare con il metodo dei minimi quadrati è in questo caso $f = \sum_{i=1}^n (w_i v_i^2)$.

Con misure di traffico disaggregate per classi di veicoli è possibile determinare i coefficienti di equivalenza per le diverse classi. I coefficienti calcolati in genere però variano anche per livelli di servizio differenti dello stesso ramo di entrata, per cui, a monte dell'analisi, è necessario selezionare fra i dati disponibili osservazioni riferite a condizioni di traffico da considerarsi equivalenti. Normalmente, è di interesse la determinazione per condizioni di deflusso prossime alla capacità.

L'equazione base di definizione del flusso equivalente è:

$$e_1 l_{i,1} + \dots + e_j l_{i,j} + \dots + e_m l_{i,m} + e_a l_{i,a} = t \quad (1)$$

dove e_j ed e_a sono i coefficienti di equivalenza per le $m+1$ classi di traffico, $l_{i,j}$ le misure di traffico per le varie classi, che insieme compongono l'osservazione l_i , e t il flusso incognito di sole autovetture che è equivalente alla situazione di traffico misto osservata. Il coefficiente di equivalenza per le autovetture, e_a , è ovviamente unitario.

Le variabili del problema si distinguono in osservazioni e parametri. Osservazioni sono tutte le grandezze per cui sono a disposizione delle misure, di cui è necessario stimare un valore unico; parametri sono le variabili incognite da determinare. Nel problema in esame, osservazioni sono le misure di traffico disaggregate per classi di veicoli, parametri sono i coefficienti di equivalenza ed il traffico equivalente complessivo.

L'applicazione proposta prevede la stima di osservazioni e parametri in due passaggi. Nel primo si ottiene una prima approssimazione dei soli parametri considerando le misure come realizzazioni esatte della variabile casuale delle osservazioni. In una seconda iterazione si considera il fatto che anche i rilievi sono in realtà stime dei flussi di traffico effettivi al momento della misura, per cui si calcolano le correzioni da apportare, insieme a stime migliori dei parametri. Inoltre si tiene conto che le osservazioni si possono riferire a condizioni di deflusso non perfettamente equivalenti.

Per ognuna delle n situazioni di traffico ritenute a livello di servizio equivalente si ha a disposizione una osservazione composta da $m+1$ misure di deflusso, corrispondenti al traffico

disaggregato per classi di veicoli. Si scrive un'equazione (1) per ogni osservazione, applicando ai valori dei flussi di veicoli non di riferimento i coefficienti incogniti del vettore e , quindi si sommano i flussi di automobili (vettore b) per ottenere il flusso equivalente di autovetture t . Il vettore t del flusso equivalente presenta tutti gli elementi uguali in quanto, come prima ipotesi, le osservazioni sono riferite a situazioni ad identico traffico equivalente.

Il sistema esplicitato è:

$$\begin{cases} e_1 l_{1,1} + \dots + e_j l_{1,j} + \dots + e_m l_{1,m} + e_a l_{1,a} = t \\ \dots \\ e_1 l_{i,1} + \dots + e_j l_{i,j} + \dots + e_m l_{i,m} + e_a l_{i,a} = t \\ \dots \\ e_1 l_{n,1} + \dots + e_j l_{n,j} + \dots + e_m l_{n,m} + e_a l_{n,a} = t \end{cases} \quad (2)$$

Riorganizzando e scrivendo in forma matriciale, con e_a unitario, si ha:

$$Lx + b = 0$$

$$L = \begin{bmatrix} l_{1,1} & \dots & l_{1,j} & \dots & l_{1,m} & -1 \\ \dots & & & & & \\ l_{i,1} & \dots & l_{i,j} & \dots & l_{i,m} & -1 \\ \dots & & & & & \\ l_{n,1} & \dots & l_{n,j} & \dots & l_{n,m} & -1 \end{bmatrix} \quad x = [e_1 \dots e_j \dots e_m \ t]_T \quad b = [l_{1,a} \dots l_{i,a} \dots l_{n,a}]_T$$

Dal momento che si sono assunte le misure come realizzazioni esatte, il modello è unicamente determinato con m parametri: gli m e_i che permettono di calcolare t con una qualsiasi delle equazioni scritte. Essendo però le osservazioni e quindi le equazioni ridondanti rispetto al numero minimo di parametri, con ridondanza r pari a $n-m-1$, non è in genere possibile trovare un vettore x che soddisfi identicamente tutte le equazioni. Si determina quindi un vettore delle incognite stimato \hat{x} e si introduce al secondo membro del sistema un vettore di scarti, da minimizzare con il metodo dei minimi quadrati. L'equazione matriciale assume così la forma:

$$L\hat{x} + b = v \neq 0 \quad (3)$$

In riferimento all'applicazione in esame, è lecito considerare che tutte le misure abbiano lo stesso peso; tuttavia, impostando a calcolatore la risoluzione del problema, è opportuno introdurre una matrice dei pesi P , che agevoli, in questo primo passo di calcolo, l'introduzione o l'esclusione delle osservazioni nell'analisi, tramite l'assegnazione, rispettivamente, di pesi unitari oppure nulli. La stima \hat{x} viene calcolata quindi con la formula:

$$\hat{x} = -(L^t P L)^{-1} L^t P b$$

Determinato per sostituzione in (3) il vettore degli scarti, la varianza di riferimento stimata è:

$$\sigma_0^2 = \frac{v^t P v}{r}$$

e la matrice di covarianza delle incognite si ottiene come:

$$C_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 (L^t P L)^{-1}$$

La soluzione ottenuta potrebbe essere considerata approssimazione soddisfacente, ma è possibile procedere ad un affinamento ulteriore dell'analisi tramite un secondo passo di calcolo, per considerare che i valori misurati sono essi stessi stime dei flussi di traffico reali al momento della misura. Inoltre si introduce la possibilità per l'algoritmo di ottenere la migliore compensazione anche differenziando leggermente i valori di traffico equivalente calcolati per le varie osservazioni, riflettendo il fatto che le misure selezionate dal campione disponibile per la scrittura del sistema, pur riferendosi ad una stessa condizione di deflusso, possono essere determinate da mix veicolari differenti e quindi rappresentare situazioni molto simili ma non rigorosamente identiche.

Cioè i valori di traffico equivalente calcolati dovranno risultare quanto più possibile simili tra loro, e se ne minimizzeranno le variazioni, ma non dovranno essere necessariamente uguali.

Il sistema (2) va riletto considerando che nessuna delle grandezze indicate può essere considerata esatta e l'algoritmo di ottimizzazione deve poter agire su tutti i termini presenti.

Le equazioni si caratterizzano, in questa lettura, per il prodotto tra due variabili da stimare ad ogni addendo, e non sono quindi direttamente utilizzabili; infatti il metodo dei minimi quadrati si applica a sistemi di equazioni lineari nelle variabili. Il problema è risolto sviluppando al primo ordine tutte le variabili nell'intorno di valori approssimati.

La matrice A_0 contiene quindi tutte le misure, e corrisponde alla matrice L la cui ultima colonna è sostituita dal vettore b ; il vettore dei coefficienti di equivalenza stimati e_0 ha come elementi i valori ricavati tramite la prima iterazione ed elencati nel vettore \hat{x} ; il vettore t_0 è composto da n elementi uguali, pari a \hat{t} stimato in \hat{x} .

Il sistema $Ae - t = 0$ è quindi riscritto considerando ogni termine come somma di una parte approssimata e di una correzione:

$$A = A_0 + \delta A$$

$$t = t_0 + \delta t$$

$$e = e_0 + \delta e$$

L'equazione matriciale assume la forma:

$$(A_0 + \delta A)(e_0 + \delta e) - (t_0 + \delta t) = 0$$

Moltiplicando, eliminando il termine di ordine superiore e passando dall'equazione teorica a quella nelle stime, che introduce a secondo membro un nuovo vettore v di scarti, si ottiene:

$$\delta \hat{A} \cdot e_0 + A_0 \cdot \delta \hat{e} - \delta \hat{t} = t_0 - A_0 \cdot e_0 + v$$

Gli elementi del vettore δt costituiscono le correzioni ai valori di traffico equivalente e sono a priori diversi per ogni osservazione. Per tenere conto del fatto che le correzioni devono

essere quanto più possibili simili tra loro, è necessario scrivere $\frac{1}{2}n \cdot (n-1)$ equazioni di vincolo al traffico equivalente, che eguagliano ciascuna correzione a tutte le altre, esaurendo tutte le combinazioni possibili.

Il sistema si completa dichiarando che il principio dei minimi quadrati va applicato alle osservazioni e non ai parametri, cioè la soluzione stimata deve essere il più vicino possibile ai valori delle osservazioni, mentre i parametri possono variare quanto serve, provenendo essi da elaborazioni di calcolo e non da misure. Quindi le correzioni alle osservazioni sono scarti da minimizzare rispetto allo zero. Costruito il vettore $\delta \hat{a}$ dipanando la matrice $\delta \hat{A}$ per righe, si scrivono così le equazioni di vincolo alle osservazioni:

$$\delta \hat{a} = v$$

Sono pertanto a disposizione n equazioni alle osservazioni, $\frac{1}{2}n \cdot (n-1)$ equazioni di vincolo al traffico equivalente ed $n \cdot (m+1)$ equazioni di vincolo alle osservazioni. Ad esse corrispondono come incognite le $m+1$ correzioni di ognuna delle n osservazioni, le m correzioni ai coefficienti di equivalenza e le n correzioni al flusso t di autovetture equivalenti, per un totale di $\frac{n}{2} \cdot (n+2m+3)$ equazioni in $(m+2) \cdot n + m$ incognite. Il sistema è ridondante per $n > 2\frac{m}{n} + 1$, cioè sempre, in quanto già per $n > 2$ la condizione è più blanda di quanto richiesto per il primo passo di calcolo.

Si noti che la matrice dei pesi per questo passaggio di calcolo non può essere un'identità. Infatti, posto che l'affinamento delle stime conseguito darà comunque luogo a dei residui, dare alle equazioni di vincolo alle osservazioni la medesima importanza che hanno le altre significa stabilire che il contenimento delle correzioni alle osservazioni è fondamentale tanto quanto il soddisfacimento delle equazioni che definiscono i coefficienti di equivalenza e la garanzia della similitudine effettiva delle condizioni di deflusso cui ci si riferisce. Invece, ciò che è necessario assicurare è che le equazioni alle osservazioni e i vincoli al traffico equivalente siano in ogni caso quanto meglio soddisfatti, ma preferibilmente variando i parametri piuttosto che le osservazioni. Quindi si attribuiranno pesi diversi, pur arbitrari, con l'importanza delle equazioni di vincolo alle osservazioni centinaia di volte inferiore rispetto a quella delle equazioni alle osservazioni e dei vincoli al traffico equivalente, eventualmente prevedendo differenziazioni anche tra queste due ultime categorie.

Per implementare il calcolo su elaboratore, è necessario riportarsi alla forma $B \cdot \hat{y} = f + v$. Il vettore \hat{y} contiene le incognite; ha dimensione $(m+2) \cdot n + m$ e si ottiene giustapponendo il vettore $\delta \hat{a}$, il vettore $\delta \hat{e}$ ed infine il vettore δt . Il termine noto f ha dimensione $\frac{n}{2} \cdot (n+2m+3)$; i primi n termini sono calcolati sulla base delle approssimazioni a disposizione come $t_0 - A_0 \cdot e_0$, mentre gli elementi rimanenti sono identicamente nulli.

La matrice B , di dimensione $\left[\frac{n}{2} \cdot (n+2m+3) \right] \times [(m+2) \cdot n + m]$, è una matrice a blocchi del tipo:

$$B = \begin{bmatrix} e_1^0 & e_j^0 & e_m^0 & 1 & & & & & l_{1,1}^0 & l_{1,j}^0 & l_{1,m}^0 & -1 & & & \\ & e_1^0 & e_j^0 & e_m^0 & 1 & & & & l_{i,1}^0 & l_{i,j}^0 & l_{i,m}^0 & & -1 & & \\ & & e_1^0 & e_j^0 & e_m^0 & 1 & & & e_1^0 & e_j^0 & e_m^0 & 1 & l_{n,1}^0 & l_{n,j}^0 & l_{n,m}^0 & -1 \\ 1 & & & & & & & & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & & & & & & & \\ & & & 1 & & & & & & & & & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & 1 & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & 1 & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & 1 & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & 1 & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1 & \\ & & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Le prime n righe contengono le equazioni alle osservazioni, il blocco identità traduce i vincoli alle osservazioni, mentre il minore di sud-est contiene i vincoli al traffico equivalente.

La matrice W dei pesi è una matrice diagonale di ordine $(m+2) \cdot n + m$.

A questo punto è possibile calcolare la soluzione del sistema. Per una dimostrazione del metodo risolutivo si veda [4]. Si ottiene:

$$\hat{y} = (B^t W B)^{-1} B^t W f$$

$$v = B \hat{y} - f$$

$$\sigma_0^2 = v^t W v / r$$

$$Q_{\hat{y}\hat{y}} = (B^t W B)^{-1}$$

$$Q_{vv} = W^{-1} - B Q_{\hat{y}\hat{y}} B^t$$

La ridondanza r è ottenibile semplicemente dalla differenza tra il numero di righe della matrice B ed il numero delle sue colonne.

A questo punto si somma il vettore \hat{y} delle correzioni al vettore dei valori approssimati y_0 e si ottiene la stima affinata dei valori delle variabili, le cui matrici di covarianza sono:

$$S_{\hat{y}\hat{y}} = \sigma_0^2 Q_{\hat{y}\hat{y}}$$

$$S_{\hat{y}\hat{y}} = \sigma_0^2 (W^{-1} - Q_{vv})$$

$$S_{\hat{y}\hat{f}} = -S_{\hat{y}\hat{y}} B^t$$

È possibile eseguire ulteriori iterazioni utilizzando le formule presentate per il secondo passaggio di calcolo; si adopereranno come valori approssimati i risultati dell'iterazione

precedente, mentre la matrice dei pesi sarà più complessa e sarà l'inversa della matrice di covarianza:

$$\begin{bmatrix} S_{\hat{y}\hat{y}} & S_{\hat{y}\hat{i}} \\ S_{\hat{y}\hat{i}} & S_{\hat{i}\hat{i}} \end{bmatrix}$$

La decisione su quando fermare le iterazioni è discrezionale. Se criteri sui valori calcolati, del tipo stabilizzazione della seconda cifra decimale degli equivalenti, sono sufficienti per la più parte delle applicazioni pratiche, una misura più significativa del grado di convergenza raggiunto richiede l'analisi della varianza di riferimento. Si possono porre soglie massime a tale valore, alla sua variazione tra un'iterazione e l'altra, oppure al rapporto di variazione.

L'implementazione a calcolatore dell'analisi può in genere essere effettuata tramite foglio elettronico.

3. VERIFICA DELL'APPLICABILITÀ DEL METODO

L'applicabilità del metodo è stata verificata per una rotonda di medie dimensioni (raggio esterno 17 m, larghezza dell'anello 9 m) sita in comune di Asti. Si avevano a disposizione dati di flusso disaggregati in due sole categorie di veicoli (leggeri e pesanti), in aggregazione oraria, per tutte e ventiquattro le ore di quattro giorni feriali consecutivi. I dati si riferivano sia alle entrate che alle uscite sui quattro rami afferenti all'intersezione ed erano disponibili due matrici O/D, una per i veicoli leggeri, una per i veicoli pesanti, riferite alla stessa ora di punta serale.

Dalle simulazioni preliminari effettuate, si è visto che il metodo applicato a gruppi di osservazioni estratte dal campione era sostanzialmente stabile già dopo il secondo passo di calcolo. Tuttavia, il risultato dipendeva fortemente dalle osservazioni selezionate e dal numero di esse.

Fissata l'attenzione su un braccio di entrata, è stato deciso di includere nell'analisi le osservazioni più prossime alla condizione di capacità. Tutte le valutazioni sono state condotte sul traffico equivalente calcolato in prima approssimazione con il coefficiente due per i veicoli pesanti, così come normalmente suggerito dalla letteratura tecnica.

Un primo tentativo ha considerato semplicemente le osservazioni riferite al traffico equivalente in entrata maggiore. Come ci si attendeva, il calcolo ha fornito risultati assurdi e fortemente variabili col numero di osservazioni considerate. Infatti, come è noto, la capacità dei bracci di entrata nelle rotonde è funzione del traffico circolante sull'anello, pertanto il flusso massimo smaltibile dipende, momento per momento, da tale valore.

Pertanto, sulla base dei rilievi disponibili, si è ricostruita la matrice O/D per ciascuna osservazione, e quindi il traffico circolante sull'anello a monte di ogni entrata. Si è poi considerata la semplice formula VSS di Ems e Berger, che lega la capacità attuale di ingresso Q_{emax} al traffico circolante sull'anello Q_c :

$$Q_{\text{emax}} = 1300 - 0,75 Q_c$$

In corrispondenza di ogni misura di flusso in entrata Q_e si è calcolata la capacità residua attuale del braccio, Q_r , come:

$$Q_r = 1300 - Q_e - 0,75 Q_c$$

ed è stato questo il parametro utilizzato per la classificazione delle condizioni di deflusso.

Le novantasei osservazioni disponibili per ogni braccio di entrata sono state ordinate per capacità residua crescente e l'analisi proposta è stata applicata alle prime, che, verosimilmente, dovrebbero riferirsi a condizioni di deflusso più prossime alla capacità.

A questo punto si è posto il problema di quante osservazioni considerare. L'esigenza di avere consistenza sull'elaborazione è antitetica a quella di riferirsi a condizioni di traffico quanto più possibile identiche, poiché più equazioni si inseriscono, più si considerano situazioni lontane dalla capacità. L'analisi è stata ripetuta considerando sette, otto, nove, dieci e undici equazioni, e la stabilità del risultato è stata fortemente diversa per i vari bracci, come si evince dal grafico sotto riportato.

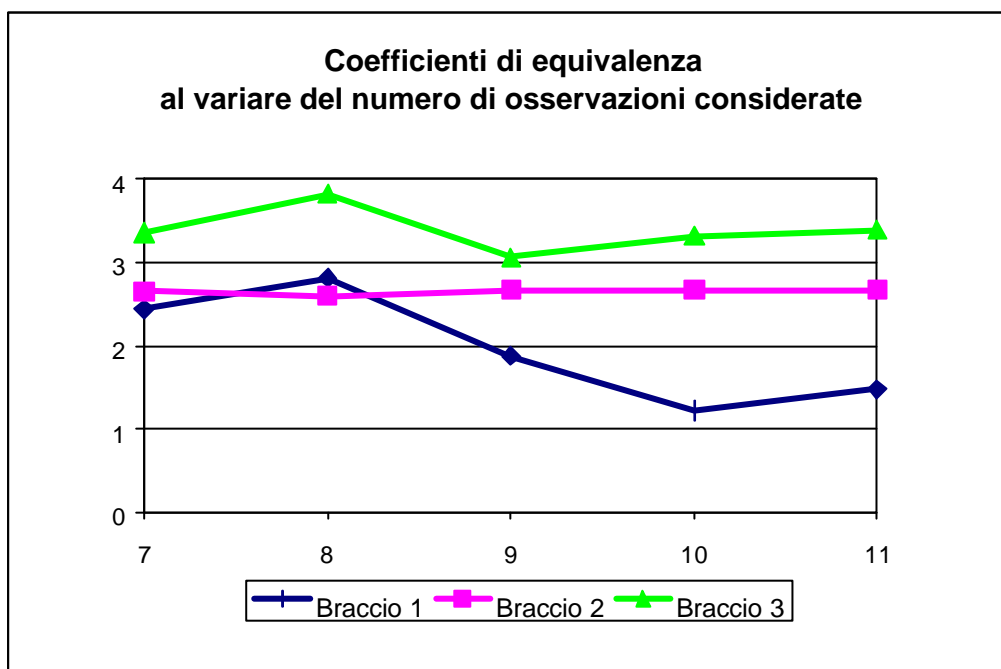


Figura 1 - Variabilità dei coefficienti di equivalenza con il numero delle osservazioni

Il braccio 2 presenta un coefficiente di equivalenza estremamente stabile, variabile da 2,59 a 2,66. Per il braccio 3, l'ordine di grandezza è individuato, ma la variabilità tra 3,06 e 3,81 è eccessiva. Per il braccio 1 non si hanno indicazioni perché, a seconda di quante osservazioni si considerano, il valore fornito varia tra 1,22 e 2,80. Non si riportano indicazioni per il braccio 4, in quanto tutte le osservazioni si riferiscono a condizioni di deflusso molto lontane dalla capacità, con ridotte interazioni tra i veicoli in entrata.

4. CONCLUSIONI

In definitiva, risulta che, per un dato insieme di osservazioni cui si applica l'analisi, il metodo è di facile applicazione ed i risultati sono stabili. Nelle elaborazioni che hanno portato ai coefficienti di cui sopra, le correzioni date dal secondo passo di calcolo sono trascurabili, tuttavia in altre simulazioni effettuate il secondo passo di calcolo varia considerevolmente il risultato, per cui non si ritiene per ora di poterlo dichiarare superfluo.

I risultati variano invece fortemente a seconda delle osservazioni considerate perché l'ipotesi sottesa al metodo è che l'analisi riguardi condizioni di deflusso vicine tra loro.

Situazioni differenti distorcono il calcolo, in quanto i coefficienti di equivalenza variano in funzione della maggiore o minore prossimità delle condizioni di deflusso alla capacità dell'intersezione. L'estrazione dell'insieme di misure da introdurre nell'analisi dal campione di dati disponibili si è verificata essere la fase più delicata dell'applicazione del procedimento. Si ritiene che le difficoltà insorte in questa fase siano dovute soprattutto alla caratteristiche dei rilievi a disposizione, non finalizzati alla presente analisi.

Purtroppo le osservazioni a disposizione si sono rivelate non ottimali per diversi motivi:

- anzitutto sono poche: il numero di dati in aggregazione oraria riferiti alle ore di punta, su quattro giorni, non consente di dare l'opportuna consistenza alla stima;
- l'aggregazione oraria è infelice, in quanto un intervallo così ampio miscela situazioni diverse di deflusso; considerata l'esigenza opposta di operare su numeri significativi, presumibilmente l'aggregazione ottimale è quella dei 10-15 minuti;
- la disaggregazione in due sole classi di veicoli è troppo grossolana. Ad esempio, su intersezioni a rotatoria, la differenziazione tra autocarri a due assi e autoarticolati sarebbe ancora più significativa che per i tronchi stradali. Una buona classificazione dovrebbe disaggregare veicoli a due ruote, veicoli fino a 5 metri di lunghezza, veicoli tra 5 e 7,5 metri, veicoli da 7,5 fino a 12 m e mezzi lunghi oltre 12 metri.

Tutto ciò spiega perché i risultati ottenuti siano solo parzialmente soddisfacenti. Emerge tuttavia chiaramente, in riferimento ai bracci 2 e 3, che i coefficienti calcolati oscillano attorno a valori nettamente diversi, per cui l'esigenza di approfondire questo aspetto del problema è realmente significativa per lo studio del funzionamento delle rotatorie.

Al momento è in corso una campagna di rilievi ad hoc, per giungere a risultati di maggiore interesse e fornire coefficienti sufficientemente precisi con un supporto di indagine consistente, al fine di produrre indicazioni utili all'attività progettuale. Di ciò si darà relazione in interventi successivi.

RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia il prof. Luigi Mussio del Politecnico di Milano per i preziosi consigli sul trattamento statistico dei dati.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] T. Taekratok, *Modern Roundabouts for Oregon*, Oregon Department of Transportation, Salem, Oregon, U.S.A, 1998
- [2] Centre d'Etudes des Transports Urbains, *Conception des Carrefours a Sens Giratoire Implantés en Milieu Urbain*, Bagneux, Francia, 1988
- [3] M. Villa, *Intersezioni a rotatoria*, Levrotto e Bella, Torino, 2000
- [4] E.M. Mikhail, F. Ackermann, *Observations and least squares*, Dun-Donnelley Publisher, New York, N.Y, U.S.A, 1976