



ADEGUAMENTO DELLE CURVE A RAGGIO VARIABILE ALLE CONDIZIONI OPERATIVE DEI VEICOLI

Luciano Caroti

Dipartimento di Ingegneria Civile - Università degli Studi di Pisa
Via Diotalalvi 2, 56126 Pisa
Tel: +39 050.550421 - Fax: +39.050.553573
E-mail: l.g.caroti@ing.unipi.it

Massimo Losa

Dipartimento di Ingegneria Civile - Università degli Studi di Pisa
Via Diotalalvi 2, 56126 Pisa
Tel: +39 050.550421 - Fax: +39.050.553573
E-mail: losa@ing.unipi.it

Cristiano Ristori

Dipartimento di Ingegneria Civile - Università degli Studi di Pisa
Via Diotalalvi 2, 56126 Pisa
Tel: +39 050.550421 - Fax: +39.050.553573
E-mail: c.ristori@ing.unipi.it

ADEGUAMENTO DELLE CURVE A RAGGIO VARIABILE ALLE CONDIZIONI OPERATIVE DEI VEICOLI

LUCIANO CAROTI - Dipartimento di Ingegneria Civile – Università di Pisa

MASSIMO LOSA - Dipartimento di Ingegneria Civile – Università di Pisa

CRISTIANO RISTORI – Dipartimento di Ingegneria Civile – Università di Pisa

SOMMARIO

Scopo di questa memoria è stato l'analisi dell'influenza delle caratteristiche geometriche dei tratti a curvatura variabile sul moto dei veicoli; correntemente, questi sono costituiti da archi di clotoide il cui parametro viene calcolato nell'ipotesi che la velocità di progetto si mantenga costante lungo tutto lo sviluppo, pur sapendo che invece, in particolare nelle strade ordinarie, vi possono avvenire variazioni di velocità.

Si è ravvisata pertanto l'opportunità di tener conto, per le curve a raggio variabile, delle effettive variazioni di velocità dei veicoli; tale esigenza è confermata anche dai risultati di studi medici eseguiti per valutare gli effetti sull'uomo delle accelerazioni nel piano orizzontale e dai quali è emerso che, comunque esse siano dirette, sono equivalenti ai fini della riduzione del comfort e del manifestarsi di sintomi di nausea.

Alla luce di queste considerazioni, sono state prima determinate le funzioni che descrivono le variazioni di accelerazione lungo le direzioni del sistema di riferimento ortonormale solidale al veicolo e, successivamente, per diversi tipi di curve a raggio variabile, tali grandezze sono state stimate sia rispetto alle velocità di progetto sia a quelle operative. In questo modo è stato possibile eseguire anche il confronto diretto tra le varie tipologie di curve a raggio variabile, individuando quelle che consentono di ottenere i minori valori della suddetta variazione di accelerazione e di quantificarne l'incremento rispetto alle previsioni di progetto.

ABSTRACT

The aim of this paper has been the analysis of the influence of transition curve geometric characteristics on vehicle motion; usually, in order to calculate the geometric parameters of these curves, that are clothoid arches, the hypothesis is made that vehicle speed is constant along these sections even if it is known that along these curves, particularly on rural roads, speed transitions take place.

The opportunity to take into account speed variations in transition curve design has been recognised by the results of medical researches performed to evaluate the effects of horizontal accelerations on human bodies; they confirm that accelerations have the same effects in terms of discomfort and motion sickness whatever the direction of acceleration is in the horizontal plane.

This considering, the functions describing the acceleration changes along the directions of the horthonormal reference system have been found; then, for different types of transition curves, these dynamic parameters have been calculated referring to both design speed and operating speed. In this way it has been possible to compare directly different types of transitions curves; among them, that ones with the minimum variation of acceleration have been identified and then the increment of such variations with respect to design forecasts has been quantified.

1. INTRODUZIONE

Una delle principali cause degli incidenti stradali, in particolare sulle strade a carreggiata unica e doppio senso di circolazione, è la scelta da parte degli utenti di una velocità di marcia non adeguata alle caratteristiche del tracciato.

Le moderne norme di progettazione geometrica delle strade [1] suggeriscono di garantire, per tratti sufficientemente lunghi del tracciato, velocità di progetto costanti o con differenze, tra gli elementi successivi, contenute entro determinati limiti. Rilievi sperimentali eseguiti su strade esistenti evidenziano come, molto spesso, le velocità praticate dagli utenti siano maggiori di quelle di progetto; in particolare, sugli elementi di tracciato caratterizzati da valori ridotti delle stesse, tali differenze percentuali possono essere pari anche al 30%.

Il parametro correntemente utilizzato per descrivere il comportamento dell'utente medio è la velocità operativa, definita come l'85° %-ile della distribuzione delle velocità rilevate su un elemento o su un tronco omogeneo di tracciato.

I moderni criteri di sicurezza per la progettazione stradale, non solo dei nuovi tracciati ma anche degli interventi di adeguamento delle infrastrutture esistenti, suggeriscono appunto di contenere gli scarti tra i valori delle velocità di progetto e di quelle operative nonché tra le velocità operative di elementi geometrici successivi. Il riferimento alle condizioni operative del moto, che consente di valutare meglio il reale comportamento degli utenti sul tracciato, pone la necessità di definire condizioni adeguate anche per il progetto delle curve a raggio variabile.

Questa memoria trae origine dalla constatazione che, per la determinazione dei parametri geometrici della clotoide, correntemente utilizzata nel progetto di strade, si ipotizza che la velocità di percorrenza dell'elemento sia costante e pari a quella massima che si ricava dal diagramma delle velocità per l'elemento di transizione stesso. Questa ipotesi, però, è in contrasto con l'assunto che la variazione di velocità tra due elementi successivi, con caratteristiche geometriche, diverse avvenga proprio sulla clotoide.

Da ciò emerge l'opportunità di tener conto delle variazioni di velocità del veicolo nel progetto delle curve a raggio variabile; tale esigenza è confermata anche dai risultati di indagini condotte sull'uomo per valutare gli effetti provocati da sollecitazioni oscillatorie che coinvolgono tutto il corpo.

In generale, queste sono avvertite in modo diverso a seconda della direzione in cui agiscono, dell'entità dell'accelerazione, della posizione in cui si trova il soggetto rispetto alla sorgente e della frequenza che caratterizza i moti oscillatori [3]; tuttavia è stato messo in evidenza anche che l'uomo percepisce in modo del tutto analogo le sollecitazioni dovute alle accelerazioni orizzontali comunque esse siano dirette nel piano; infatti sperimentazioni di laboratorio condotte su esseri umani in posizione seduta, sottoposti ad oscillazioni di tipo sia avanti-dietro che laterali, con valori dell'accelerazione compresi tra $1\div 2$ m/sec², frequenze e durate di esposizione variabili, hanno evidenziato un'uguale sensibilità nelle due direzioni ai fini della riduzione del comfort e del manifestarsi dei sintomi di nausea.

Per quanto detto, viene qui preliminarmente riformulato il problema della valutazione della variazione di accelerazione totale agente sul veicolo in tratti curvilinei del tracciato, considerando oltre al contributo della accelerazione centrifuga anche quello longitudinale prodotto dalla frenatura e verticale dovuto alla sopraelevazione in curva. Questa nuova formulazione consente, in primo luogo, di

quantificare gli errori che si commettono nella valutazione della variazione di accelerazione con i metodi correntemente utilizzati e sulla base dei parametri di progetto; successivamente tali variazioni vengono valutate con riferimento ai parametri operativi del moto. Queste analisi consentono di verificare se la clotoide, anche in queste ultime condizioni, è effettivamente la più adeguata a soddisfare le esigenze degli utenti in termini sia di comfort sia di sicurezza; in secondo luogo, esse permettono di individuare i criteri di scelta dei parametri caratteristici di questa o di qualsiasi altra curva a raggio variabile.

2. LE CURVE A RAGGIO VARIABILE E LE CONDIZIONI DI CONGRUENZA DEI TRACCIATI

E' ben noto che l'uso di curve a raggio variabile è determinato dalla necessità di garantire:

- una variazione graduale e lineare della forza centrifuga tra elementi caratterizzati da raggi di curvatura ($\rho = 1/R$) diversi;
- la variazione graduale e lineare della sopraelevazione;
- una più esatta percezione dell'allineamento della strada da parte dell'utente.

Peraltro, non vi è uniformità di giudizio sul ruolo che le curve a raggio variabile rivestono in relazione alla sicurezza stradale, alla riduzione dell'impegno di aderenza trasversale ed alla corretta percezione della pericolosità della curva circolare successiva.

In realtà, dall'esame dei dati disponibili in letteratura, sembra opportuno riconoscere alle curve a raggio variabile un ruolo positivo nella determinazione di un maggiore livello di sicurezza stradale almeno nei tracciati ove sono presenti curve circolari con valori contenuti dei raggi (fino a circa 200 m); per valori superiori, anche per la mancanza di dati disponibili, non può essere loro riconosciuto un identico ruolo [2]. Non si trascuri poi il fatto che la curva a raggio variabile, consentendo di variare gradualmente l'angolo di sterzata, evita che l'utente, nel tentativo di percorrere un' traiettoria più adeguata alle reali condizioni dinamiche, esegua una manovra spontanea che comporti l'invasione della corsia adiacente.

La curva a raggio variabile più comunemente utilizzata è la clotoide, il cui progetto è correntemente eseguito nel rispetto delle norme tecniche del CNR che, nella nuova stesura, definiscono anche i limiti delle variazioni di velocità tra due elementi successivi del tracciato [1].

E' opportuno notare che, mentre nella progettazione di una nuova strada è possibile, nella maggior parte dei casi, modificare le caratteristiche geometriche degli elementi del tracciato per riuscire a rispettare le indicazioni delle norme, per gli interventi di adeguamento delle strade esistenti la cosa può risultare di maggiore complessità. Infatti, gran parte della rete extraurbana, antecedente al 1980, è costituita da una semplice successione di rettili e curve circolari; in questi casi, molto spesso, gli interventi di messa in sicurezza dei tracciati richiedono modifiche sostanziali dell'andamento planimetrico dell'asse stradale che possono essere fortemente condizionate dai vincoli posti dall'assetto territoriale circostante. In considerazione di ciò, le nuove Norme geometriche specificano chiaramente che per adeguamenti in cui risulti difficoltoso il rispetto delle regole in esse contenute, occorre intervenire '...in modo da soddisfare nella maniera migliore le esigenze della circolazione' [1].

Negli interventi di adeguamento di strade esistenti, per soddisfare tali esigenze, è necessario almeno garantire il rispetto, così come già da tempo accade in molti Paesi stranieri, dei due criteri di sicurezza definiti da Lamm [2].

Il primo criterio, basato sullo studio del comportamento di guida dell'utente e su analisi di incidentalità, è teso a garantire una corrispondenza tra quelle che sono le attese del guidatore e le condizioni che sono state previste in fase di progetto: vengono così fissati tre livelli di qualità del progetto, definiti quantitativamente dalla differenza in valore assoluto tra la velocità operativa e quella assunta in progetto per l'elemento geometrico in questione.

Il secondo criterio, invece, viene impiegato per verificare che tra due elementi geometrici successivi non vi siano differenze eccessive tra i valori delle velocità operative.

Alla luce di tutte queste considerazioni, l'ipotesi che la curva a raggio variabile sia percorsa a velocità costante risulta essere veritiera solo in particolari situazioni, dove è la tipologia del tracciato ad influenzare le scelte dell'utente anziché i singoli elementi geometrici; questa situazione si verifica nei tracciati caratterizzati o da una elevata tortuosità, la quale induce l'utente ad adottare velocità contenute, ovvero da una tortuosità molto bassa, che consente all'utente di scegliere sempre la velocità di maggiore gradimento. Su gran parte della rete stradale, invece, nel passaggio da un elemento planimetrico all'altro, l'utente è costretto a variare, talvolta in modo anche sensibile, la propria velocità di marcia. La variazione di velocità e, più in generale, le condizioni operative di marcia, pertanto, non possono essere parametri trascurabili nella valutazione e definizione delle caratteristiche geometriche dei tracciati.

3. VALUTAZIONE TEORICA DELLA VARIAZIONE DI ACCELERAZIONE TOTALE

La traiettoria individuata dall'asse della corsia di una curva a raggio variabile è una linea sghemba per l'effetto combinato della variazione planimetrica della curvatura $k=1/r$ e della pendenza trasversale della carreggiata.

Nella seguente trattazione si considera un veicolo rigido, con la massa concentrata nel baricentro, che percorre la traiettoria individuata dall'asse geometrico della corsia. Tale ipotesi non comporta errori significativi nella valutazione della dinamica del veicolo nel piano orizzontale e in quello verticale per le oscillazioni caratterizzate da basse frequenze ($f < 1$ Hz), come sono quelle che interessano il caso in esame.

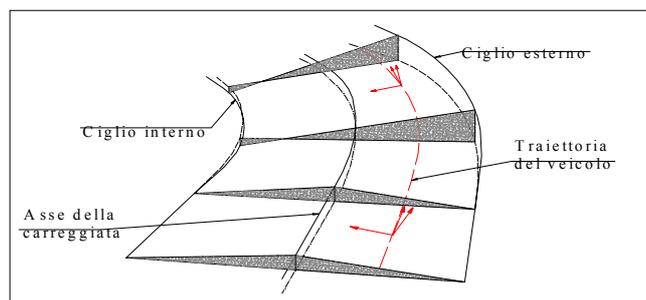


Figura 1 – Definizione del sistema di riferimento locale

Si fissa un sistema di riferimento solidale al baricentro del veicolo e costituito da una terna ortonormale oraria di versori, \vec{t} , \vec{n} e \vec{b} . I versori tangente \vec{t} e normale \vec{n} definiscono il piano osculatore della traiettoria nel generico punto P che, per l'ipotesi di veicolo rigido, è parallelo alla superficie di rotolamento; inoltre il versore tangente \vec{t} ha direzione coincidente con la tangente alla traiettoria ed è orientato secondo il verso di

marcia del veicolo, il versore normale \vec{n} è diretto ortogonalmente alla traiettoria ed orientato verso il centro di curvatura, infine \vec{b} è il versore binormale alla traiettoria nel generico punto P, diretto ortogonalmente al piano osculatore ed orientato verso l'alto (figura 1).

Sul veicolo che percorre, su una superficie inclinata trasversalmente di un angolo α rispetto all'orizzontale, la traiettoria curva a velocità variabile $v(t)$, agisce un sistema di accelerazioni che può essere scomposto puntualmente lungo le tre direzioni del sistema di riferimento (Fig. 2). L'espressione vettoriale dell'accelerazione complessiva è la seguente:

$$\vec{a}_{tot} = \vec{a}_l \cdot \vec{t} + (\vec{a}_c + \vec{g}) \cdot \vec{n} + (\vec{a}_c + \vec{g}) \cdot \vec{b} \quad (1)$$

dove \vec{a}_l è l'accelerazione longitudinale, \vec{a}_c è l'accelerazione centrifuga $\vec{a}_c = k \cdot \vec{v}^2$ e \vec{g} è l'accelerazione di gravità.

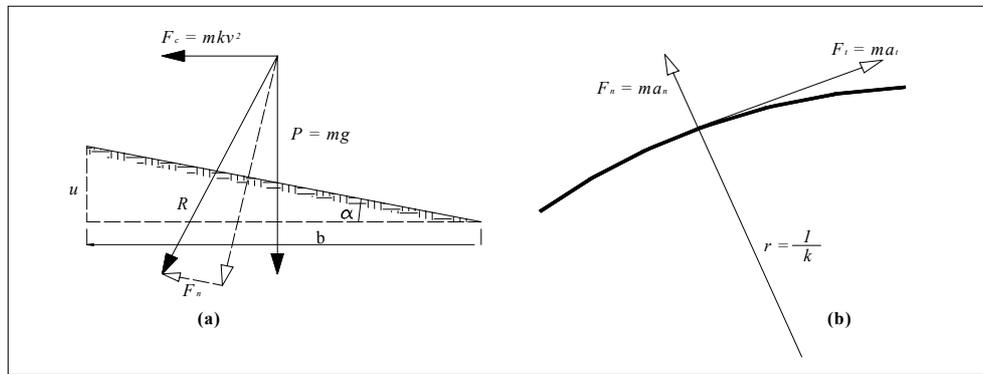


Figura 2 – Forze agenti su un veicolo in movimento su una superficie sopraelevata

La variazione dell'accelerazione totale nel tempo è espressa dalla seguente relazione vettoriale:

$$\frac{d\vec{a}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}(a_l \cdot \vec{t}) + \frac{d}{dt} \left\{ [-v^2 \cdot k \cdot \cos(\alpha) + g \cdot \sin(\alpha)] \cdot \vec{n} \right\} + \frac{d}{dt} \left\{ [-v^2 \cdot k \cdot \sin(\alpha) - g \cdot \cos(\alpha)] \cdot \vec{b} \right\} \quad (2)$$

In essa compaiono le derivate rispetto al tempo dei versori \vec{t} , \vec{n} e \vec{b} che possono essere calcolate utilizzando le formule di Frenét-Serret [4]:

$$\frac{d\vec{t}}{ds} = k_e \cdot \vec{n} \quad \frac{d\vec{n}}{ds} = [-k_e \cdot \vec{t} - \tau \cdot \vec{b}] \quad \frac{d\vec{b}}{ds} = [-\tau \cdot \vec{n}] \quad (3)$$

dove:

k_e è la curvatura della traiettoria nel piano osculatore, inclinato trasversalmente di un angolo α rispetto all'orizzontale; se k è la curvatura della traiettoria in un piano orizzontale, si deduce che $k_e = k \cdot \cos(\alpha)$;

τ è la torsione della traiettoria ed è il parametro che misura quantitativamente la deviazione di una traiettoria sghemba da un andamento piano;

s è l'ascissa curvilinea.

La variazione dell'accelerazione totale (2), eseguendo le operazioni di derivazione e sostituendo le relazioni (3), assume l'espressione seguente:

$$\frac{d\vec{a}_{tot}}{dt} = a1 \cdot \vec{t} + a2 \cdot \vec{n} + a3 \cdot \vec{b} \quad (4)$$

dove:

$$a1 = \frac{da_t}{dt} + v^3 k^2 C^2(\alpha) - v g k S(\alpha) C(\alpha) \quad (5)$$

$$a2 = a_t v k C(\alpha) - 2 v a_t k C(\alpha) - v^2 \frac{dk}{dt} C(\alpha) + v^2 k S(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} + g C(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} - v^3 k \tau S(\alpha) - g v \tau C(\alpha)$$

$$a3 = v^3 k \tau C(\alpha) - v g \tau S(\alpha) - 2 v a_t k S(\alpha) - v^2 \frac{dk}{dt} S(\alpha) - v^2 k C(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} + g S(\alpha) \frac{d\alpha}{dt}$$

con la notazione $C(\alpha)$ e $S(\alpha)$ per indicare rispettivamente $\cos(\alpha)$ e $\sin(\alpha)$.

Nel caso che la curva a raggio variabile appartenga alla famiglia delle spirali generalizzate, la cui curvatura nel piano orizzontale assume notoriamente la forma:

$$k = \frac{1}{r} = \frac{s^n}{A^{n+1}} \quad (6)$$

si ottengono le componenti della variazione di accelerazione, lungo le tre direzioni della terna di riferimento, riportate qui di seguito:

$$a1 = \frac{da_t}{dt} + v^3 \frac{s^{n+2}}{A^{n+3}} C^2(\alpha) - v g \frac{s^n}{A^{n+1}} S(\alpha) C(\alpha) \quad (7)$$

$$a2 = a_t v \frac{s}{A^{n+1}} C(\alpha) - 2 v a_t \frac{s^n}{A^{n+1}} C(\alpha) - n v^3 \frac{s^{n-1}}{A^{n+1}} C(\alpha) + v^2 \frac{s^n}{A^{n+1}} S(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} + g C(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} + v^3 \frac{s^n}{A^{n+1}} \tau S(\alpha) + g v \tau C(\alpha)$$

$$\frac{d\vec{a}_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt} (a_t \cdot \vec{t}) + \frac{d}{dt} \left\{ [-v^2 \cdot k \cdot \cos(\alpha) + g \cdot \sin(\alpha)] \cdot \vec{n} \right\} + \frac{d}{dt} \left\{ [-v^2 \cdot k \cdot \sin(\alpha) - g \cdot \cos(\alpha)] \cdot \vec{b} \right\}$$

Il termine $a2$ rappresenta la variazione di accelerazione in direzione trasversale al moto; si può constatare che la nuova espressione, estremamente più complessa ed articolata di quella classicamente utilizzata per la determinazione del contraccollo, consente di valutare dettagliatamente i singoli contributi.

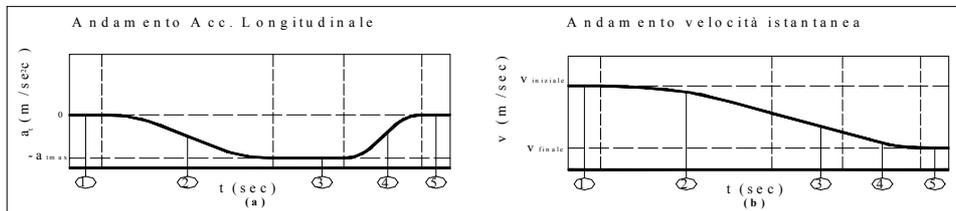
4. IPOTESI TEORICA DELLA VARIAZIONE DELL'ACCELERAZIONE LONGITUDINALE

In letteratura si possono ritrovare vari tipi di curve di frenatura alle quali corrispondono andamenti particolari del contraccollo [5]; in questo studio la riduzione di velocità del veicolo è stata modellizzata in base alle seguenti ipotesi sul comportamento dell'utente, distinto in cinque differenti fasi temporali (Fig 3).

Durante la prima fase l'utente percepisce l'esistenza della curva e decide le operazioni da eseguire; in questo intervallo di tempo però non viene svolta nessuna azione e pertanto l'accelerazione longitudinale rimane nulla (per lo scopo che si prefigge questo studio tale fase non riveste alcuna importanza e pertanto nel prosieguo della trattazione verrà trascurata).

Nella seconda fase si ha l'intervento del freno motore o l'azionamento del freno meccanico che segna l'inizio della transizione, durante la quale l'accelerazione frenante, partendo dal valore nullo, raggiunge quello massimo; la durata di questa fase è variabile

in funzione delle condizioni al contorno: la velocità iniziale e finale, lo spazio necessario per la transizione. Nel modello è stato fissato un limite inferiore a tale durata, pari a 1,5 sec, che tiene conto del reale tempo di azionamento del freno misurato nel corso di rilievi sperimentali [6].



**Figura 3 – Modellizzazione dei parametri dinamici:
(a) accelerazione longitudinale; (b) velocità istantanea.**

Durante la terza fase, invece, l'azione frenante si mantiene costante ed anche in questo caso la durata temporale è determinata dai parametri del moto; per variazioni di velocità ridotte tale intervallo può anche ridursi a zero, in quanto l'utente non avverte la necessità di azionare il freno meccanico in maniera energica, ma riesce ad adeguare la velocità sfruttando soprattutto le resistenze al moto.

La quarta fase è costituita dal tempo necessario all'utente per disazionare il freno e ripristinare il valore nullo dell'accelerazione; in questo caso, sempre con riferimento ai rilievi sopra citati, si fissa una durata pari a 1,5 sec, che tiene conto anche della presenza delle forze d'inerzia.

Infine, nella quinta fase, dopo aver adeguato la velocità del proprio veicolo, si ipotizza che l'utente percorra il tratto a curvatura costante con accelerazione longitudinale nulla.

Nella modellizzazione sopra descritta si ipotizza inoltre che la frenatura si esaurisca con l'ingresso in curva, ovvero in corrispondenza della fine del raccordo.

5. ANALISI QUANTITATIVA E CONSIDERAZIONI

Le elaborazioni eseguite sono state finalizzate alla valutazione dell'influenza che i parametri delle spirali generalizzate hanno sui valori delle variazioni dell'accelerazione totale e delle sue componenti lungo gli assi del sistema di riferimento considerato. Tali elaborazioni sono state eseguite riferendosi sia alle velocità di progetto sia a quelle operative per poter operare un confronto tra i valori delle variazioni di accelerazione calcolate nelle due condizioni.

Le curve a raggio variabile esaminate sono clotoidi multiparametro, con diversi valori del parametro A e del fattore di forma n .

Nelle applicazioni che seguono sono stati analizzati circa 100 casi ottenuti combinando tra loro i parametri riportati nella tabella 1.

R (m)	Parametro A	Fattore di forma n
118	40, 60, 80, 105, 115	1 – 1,2 – 1,4 – 1,5 – 1,6
178	65, 70, 110, 130, 160	1 – 1,2 – 1,4 – 1,5 – 1,6

Tabella 1 – Parametri geometrici delle curve esaminate.

I risultati sono stati diagrammati in funzione del tasso di variazione della curvatura del singolo elemento planimetrico (CCRs) parametro quest'ultimo, che riesce a valutare in modo completo l'impatto che ogni elemento del tracciato ha sul comportamento dell'utente ed è pari al valore assoluto della somma delle deviazioni angolari γ_i di un elemento omogeneo del tracciato, diviso per la lunghezza complessiva del tratto L [2]:

$$CCRs = \frac{\sum_{i=1}^n \gamma_i}{L} \quad (8)$$

Il CCRs ha il vantaggio di includere i parametri delle curve a raggio variabile che precedono e/o seguono quella circolare.

Nella determinazione del CCRs si è ipotizzato che le curve a raggio variabile in ingresso ed in uscita da quella circolare siano uguali e che lo sviluppo del tratto a curvatura costante sia pari al minimo consentito dalle norme, secondo la relazione $s_c = 25 \cdot v_p$, dove v_p è la velocità di progetto della curva espressa in m/sec [1].

5.1 Elaborazione con i parametri di progetto

I valori della variazione di accelerazione totale lungo lo sviluppo della curva a raggio variabile, calcolati utilizzando le relazioni (7), sono riportati nel diagramma di figura 4 per diversi valori del fattore di forma n e per distanze di transizione maggiori delle lunghezze degli archi delle spirali. È opportuno sottolineare che al variare del parametro n non si riesce ad agire sensibilmente sul valore massimo della variazione di accelerazione, mentre è possibile garantire un intervento graduale della stessa poiché, come è noto, la presenza di discontinuità influenza negativamente il comfort di viaggio e causa un'usura più rapida dei pneumatici [7]. Le discontinuità potrebbero essere eliminate solo progettando la linea d'asse come un'unica curva continua definita da funzioni polinomiali bidimensionali [8] [9] [10] o tridimensionali [11].

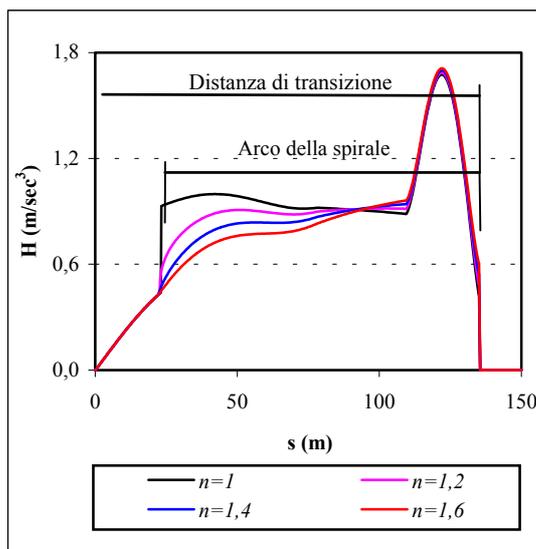


Figura 4–Andamento della variazione di accelerazione totale ($R = 118$ m, $A = 115$ m, $Dt = 135$ m, $\Delta V = 20$ km/h)

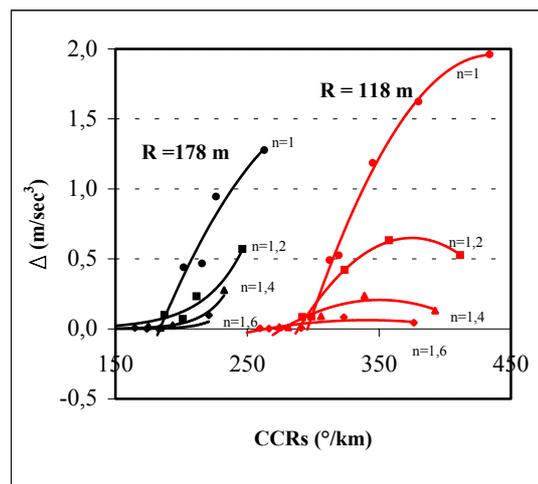


Figura 5 – Discontinuità Δ nella variazione di accelerazione totale per $\Delta V = 20$ km/h

Nella figura 5 i valori della suddetta discontinuità della variazione di accelerazione totale sono messi in relazione con il CCRs ed il fattore di forma n . A parità di CCRs, si registrano valori minori della discontinuità al crescere del fattore di forma n ; al diminuire del CCRs, tali discontinuità si riducono per effetto di una variazione più graduale della curvatura nel tratto iniziale della spirale. Nel caso della clotoide però, l'eliminazione delle discontinuità può essere ottenuta soltanto con curve aventi il parametro A molto superiore a quello limite imposto dalla Normativa ($A=R$); al contrario, valori piccoli della discontinuità si ottengono con valori di $A < R$ purchè il fattore di forma sia > 1 (ad esempio $n=1,2$).

Per le strade con $V_{pmax} \geq 100$ km/h le Norme ammettono che tra due elementi planimetrici successivi la differenza delle velocità di progetto, deducibile dal diagramma delle velocità, non sia superiore ai 20 km/h e preferibilmente sia contenuta entro i 15 km/h [1].

Per ciascun valore del raggio sono state quindi valutate le rispettive velocità di progetto e quelle all'inizio della fase di frenatura, considerando le variazioni di velocità ΔV ammesse dalle condizioni di congruenza tra elementi diversi del tracciato; la distanza di transizione è stata calcolata con il modello teorico suggerito dalle norme [1], che prevede:

$$D_t = \frac{V_{max}^2 - V_{min}^2}{2 \cdot 12,96 \cdot a} \quad (9)$$

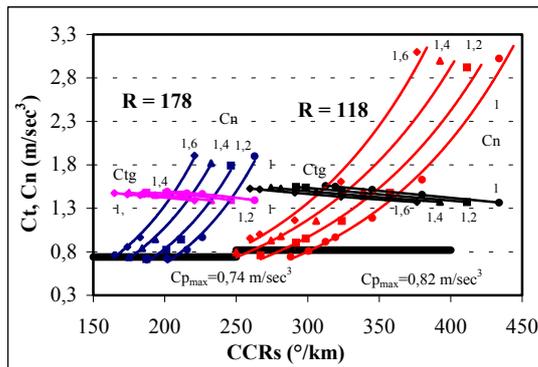


Figura 6 – Variazioni di accelerazione tangente e normale per $\Delta V = 20$ km/h ed $n=1 - 1,2 - 1,4 - 1,6$

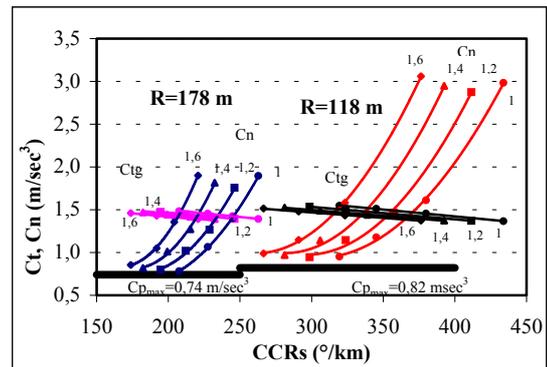


Figura 7 – Variazioni di accelerazione tangente e normale per $\Delta V = 15$ km/h ed $n=1 - 1,2 - 1,4 - 1,6$

Nelle figure 6 e 7 sono riportate le componenti delle variazioni di accelerazione lungo le direzioni tangente (=Ct) e normale (=Cn) alla traiettoria, per valori diversi della variazione di velocità. Non è riportato invece il contributo lungo la direzione binormale (=Cb) alla traiettoria che risulta meno significativo, essendo il suo valore massimo pari a $\sim 0,45$ m/sec³ calcolato per la combinazione $R=118$ m, $A=40$ ed $n=1$; il Cb decresce rapidamente a valori inferiori a 0,1 m/sec³ all'aumentare del parametro A e/o del fattore di forma n della curva a raggio variabile ovvero del raggio R della curva circolare. I risultati delle elaborazioni evidenziano una stretta dipendenza tra le componenti della variazione di accelerazione ed il CCRs; i punti rappresentativi della componente tangente tendono a disporsi su rette quasi parallele, mentre quelli della componente normale tendono a disporsi su curve di tipo esponenziale.

A parità di CCRs la componente della variazione di accelerazione lungo la direzione normale cresce all'aumentare di n .

Se si considerano le combinazioni di curve circolari, aventi lo stesso valore del raggio, con curve a raggio variabile aventi valori diversi dei parametri A e n , tale incremento è più sensibile per valori maggiori dei CCRs, che corrispondono ai valori minimi del parametro A ; il suddetto incremento è invece di entità ridotta per i valori di CCRs minori che si ottengono nel caso di raccordi aventi lo sviluppo massimo consentito dalle Normative. È opportuno notare che a parità di CCRs, le curve a raggio variabile con valori maggiori del parametro n hanno valori del parametro A più piccoli e quindi sviluppi più brevi; di conseguenza la variazione di curvatura è più rapida ed i valori della variazione di accelerazione sono maggiori.

Dagli stessi grafici si evince anche che, per le serie di quattro punti corrispondenti a identici valori di A , di R , dello sviluppo della curva circolare, delle velocità iniziale e finale nonché della distanza di transizione ma a diversi valori di n , non si hanno deviazioni significative della componente normale della variazione di accelerazione, il cui valore minimo si ha per $n=1,2$. Ciò si giustifica con il fatto che a parità di A un valore di n più grande comporta un maggior sviluppo della curva a raggio variabile; tuttavia per n superiori ad 1,2 si ha una variazione più rapida della curvatura nel tratto finale della spirale, che comporta un aumento del Cn. Nella figure 6 e 7 sono inoltre indicati, per ciascuna delle due curve circolari, i valori limiti del contraccolpo ammessi dalla Normativa, calcolati secondo la nota relazione $c=50,4/Vp$; per effettuare un confronto con i valori massimi che possono assumere tali limiti, non sono state utilizzate le velocità all'inizio della spirale bensì quelle delle curve circolari. Come si può osservare dal grafico, assumendo questi particolari valori di confronto, la variazione di accelerazione trasversale risulta in generale superiore a tale limite, divenendo inferiore solo per valori molto piccoli dei CCRs.

I valori delle componenti della variazione di accelerazione lungo la tangente, pressoché costanti e prossimi ad $1,5 \text{ m/sec}^3$, richiamano l'attenzione sulla necessità di definire in modo più completo il contraccolpo.

Nella figura 8 si riporta invece l'andamento della variazione di accelerazione totale H agente nel piano osculatore.

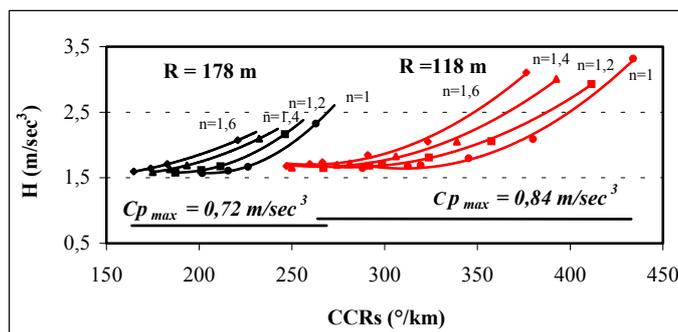


Figura 8 – Variazione di accelerazione totale nel piano osculatore per $\Delta V = 20 \text{ km/h}$

Sono stati diagrammati solo i risultati relativi ai casi con $\Delta V = 20 \text{ km/h}$, dal momento che per $\Delta V=15 \text{ km/h}$ i valori della variazione di accelerazione totale, di poco inferiori, presentano uno stesso andamento qualitativo. Dalla figura si osserva chiaramente che al diminuire dei valori dei CCRs, le linee di tendenza parabolica con cui vengono interpolati i valori della variazione di accelerazione totale, agente

nel piano osculatore, tendono in modo asintotico ad un valore di poco superiore alle componente tangente della variazione di accelerazione; infatti al diminuire del CCRs si ha una riduzione piuttosto rapida del contributo della variazione di accelerazione trasversale. La variazione di accelerazione tangente ovviamente non risente della variazione delle condizioni geometriche in quanto la dinamica della frenatura dipende solo dal ΔV imposto e dal raggio della curva circolare.

Nella figura 8 sono indicati anche i valori massimi del contraccolpo precedentemente introdotti: si può osservare che i valori della variazione di accelerazione totale risultano ampiamente superiori e ciò è giustificato dal fatto che H è ottenuta sommando vettorialmente le componenti tangente e trasversale.

Si rende pertanto necessario un confronto tra i valori della variazione di accelerazione totale agente nel piano osculatore (H) e quelli del contraccolpo (C_p), definito come la variazione di accelerazione centrifuga nell'ipotesi di moto a velocità costante su una superficie perfettamente piana [12]:

$$C_p = \frac{v^3}{A^{n+1}} \cdot n \cdot L^{n-1} \quad (10)$$

dove v è la velocità all'inizio della clotoide in m/sec ed L è la lunghezza complessiva del raccordo in m.

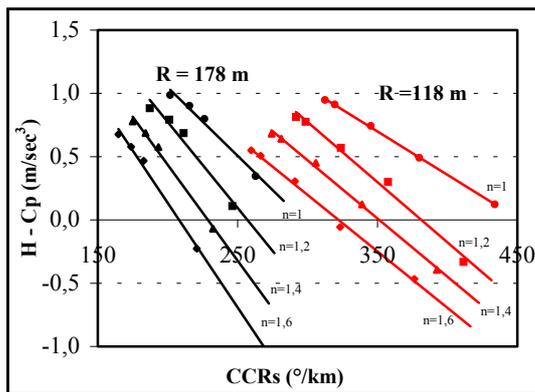


Figura 9 – Differenze tra variazione di accelerazione totale (H) e contraccolpo (C_p) nel caso di $\Delta V = 20$ km/h

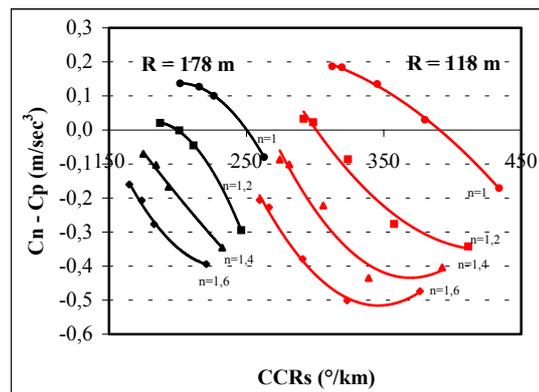


Figura 10 – Valutazione della differenza tra variazione di accelerazione trasversale (C_n) e contraccolpo (C_p) per $\Delta V = 20$ km/h

Le rette di regressione dei punti rappresentativi della differenza tra H e C_p in funzione del CCRs, come mostrato in figura 9, sono quasi parallele. Tuttavia vi sono altri due aspetti che è opportuno sottolineare: in primo luogo i valori delle differenze tra H e C_p , a parità del CCRs, aumentano al diminuire del fattore di forma n ; ciò è dovuto al fatto che, dovendo essere il CCRs costante, per valori di n più grandi, si devono avere valori di A maggiori e quindi una variazione della curvatura più graduale. In secondo luogo si evince che per valori piccoli del CCRs, per una determinata curva circolare di raggio R , i valori ottenuti applicando la (10) risultano meno cautelativi di quelli ottenuti considerando i vari contributi della variazione di accelerazione mentre, all'aumentare dei valori del CCRs, le differenze tra H e C_p tendono ad annullarsi.

Considerazioni analoghe possono essere riferite anche alla figura 10, dove sono riportati i valori della componente trasversale della variazione di accelerazione (C_n) ed

il contraccolpo (C_p) valutato secondo la (10). A parità di CCRs, i valori del C_p sono più cautelativi, per n maggiori di 1; di contro, al diminuire del CCRs, le differenze tra C_n e C_p tendono ad assottigliarsi e in taluni casi si invertono di segno; in particolare per n uguale ad 1 i valori di C_n risultano superiori ai corrispondenti valori del C_p , di una quantità massima pari a circa il 10%: quindi, nel caso della clotoide, anche facendo riferimento alla sola componente trasversale di variazione di accelerazione, trascurare la variazione di velocità e la sopraelevazione comporta sottostimare il fenomeno in modo non trascurabile; tale considerazione diviene ancora più significativa se rapportata alla variazione di accelerazione totale.

5.2 Elaborazione con i parametri operativi

La velocità operativa in curva è stata determinata utilizzando la relazione proposta in Francia [2] in funzione del CCRs:

$$V_{85} = \frac{102}{1 + 346 \cdot \left[\frac{CCR_s}{63700} \right]^{1,5}} \quad (11)$$

Con riferimento ai rilievi sperimentali, condotti nell'ambito del progetto di ricerca IASPIS [13], la velocità operativa all'inizio della fase di frenatura è stata fissata pari a 105 km/h considerando il caso di curva isolata preceduta da un rettifilo di lunghezza superiore a 200 m; dal momento che la velocità in curva risente delle caratteristiche geometriche degli elementi planimetrici (curva circolare e archi di spirale), i casi analizzati si riferiscono a variazioni di velocità ΔV variabili tra 20 km/h e 8 km/h.

Sulla base degli stessi rilievi, la distanza di transizione è stata calcolata utilizzando la seguente relazione:

$$L_{dec} = -0,2003 \cdot R + 173,67 \quad R^2 = 0,978 \quad (12)$$

Occorre al proposito osservare che tale relazione è stata ottenuta analizzando un campione statisticamente limitato ma, dal momento che essa è caratterizzata da una dispersione molto contenuta, è stata considerata affidabile per stimare lo spazio di frenatura.

Come si può osservare dalla figura 11, vi è una netta differenza di tipo quantitativo tra i valori della variazione di accelerazione totale calcolata con le velocità di progetto H_{prog} e con quelle operative H_{op} . Nel caso di curva circolare di raggio 118 m i valori ottenuti utilizzando i parametri operativi sono nettamente superiori a quelli ottenuti con i parametri di progetto anche se, al diminuire del CCRs, tali differenze tendono a ridursi, passando da un rapporto di circa 3:1 ad uno leggermente inferiore 2:1. Nelle condizioni operative, il forte incremento dei valori di H , rispetto a quelle di progetto, è determinato essenzialmente dalla componente trasversale mentre la componente tangente non ne risente in modo significativo, avendo assunto in entrambi i casi il medesimo modello di variazione della velocità.

Al contrario la componente diretta lungo la direzione binormale, varia in modo sostanziale: i valori di C_b , per valori grandi del CCRs, risultando addirittura superiori a 1 m/sec^3 ; tuttavia tendono a decrescere rapidamente al diminuire del CCRs. Si deve sottolineare poi che il veicolo è stato assunto come un corpo rigido mentre in realtà la presenza delle sospensioni consente di assorbire gran parte delle sollecitazioni verticali

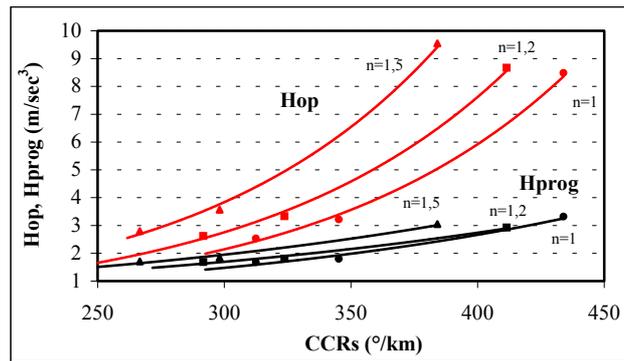


Figura 11 – Variazione di accelerazione totale con riferimento ai parametri operativi (H_{op}) e di progetto (H_{prog}) per $R=118m$.

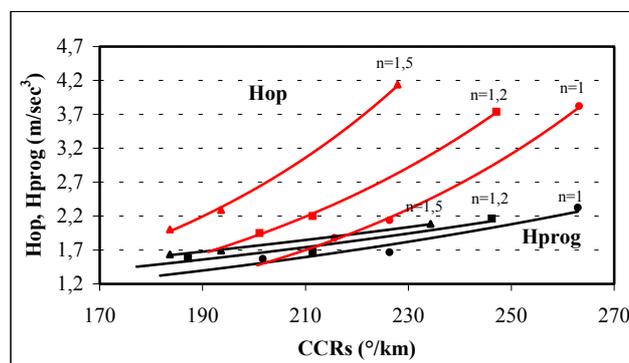


Figura 12 – Variazione di accelerazione totale con riferimento ai parametri operativi (H_{op}) e di progetto (H_{prog}) per $R=178m$.

dovute al moto, impedendone la loro diffusione all'interno dei veicoli; pertanto, anche nel caso di condizioni operative, questo contributo verrà trascurato.

Le differenze presenti tra i valori relativi alle condizioni operative ed a quelle di progetto sono imputabili alle maggiori velocità con cui è percorso il tratto di transizione che determina valori più grandi della componente trasversale della variazione di accelerazione. Le minori differenze tra i valori di H_{op} e di H_{prog} , al diminuire del CCRs, sono dovute invece al fatto che la componente normale della variazione di accelerazione, riferita ai parametri operativi, ha un decremento superiore rispetto a quello di progetto, essendo minori le differenze di velocità ΔV .

Per curve circolari di raggio maggiore a quello minimo imposto dalle norme, le differenze tra i valori di H_{op} e H_{prog} diminuiscono (Fig. 12): ciò si giustifica con il fatto che all'aumentare del raggio della curva circolare si attenuano le differenze tra le velocità operative e quelle di progetto.

In condizioni operative, a parità di parametro A della spirale e del raggio della curva R , non si registrano differenze significative della variazione di accelerazione al variare del fattore di forma n . Al contrario diventa ancora più significativo il problema legato alle discontinuità nell'andamento della variazione di accelerazione: infatti come si può dedurre dalla figura 13 i valori delle discontinuità risultano molto più grandi rispetto a quelli ottenuti con i parametri di progetto, pur mantenendo un analogo andamento decrescente al diminuire del CCRs.

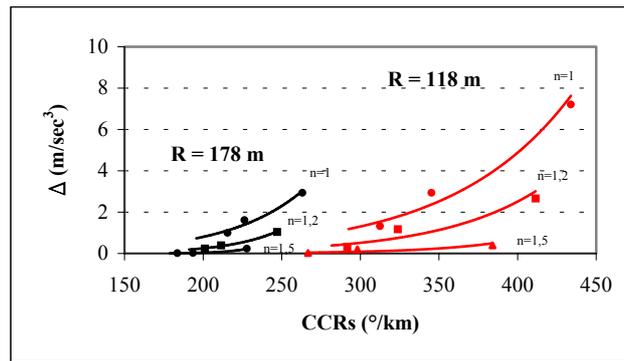


Figura 13 – Discontinuità della variazione di accelerazione totale

Con riferimento alle figure 14 e 15, si è indicato con C_c il valore del contraccollo, calcolato secondo la (10), per un valore della velocità operativa v pari a quella raggiunta all'ingresso della curva a raggio variabile; questo è confrontato con i valori di C_n e H valutati anch'essi in condizioni operative: si ottengono valori delle differenze ancora più marcati rispetto alle condizioni di progetto. Si conferma inoltre il fatto che i valori ottenuti applicando la (10) risultano cautelativi, a parità di caratteristiche geometriche della curva, per valori grandi del CCRs mentre, al diminuire del CCRs, vengono trascurati contributi importanti della variazione di accelerazione.

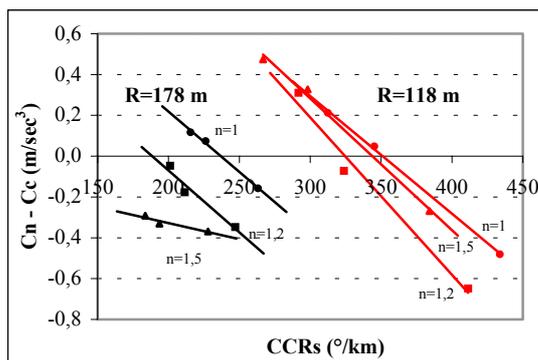


Figura 14 – Variazione di accelerazione trasversale

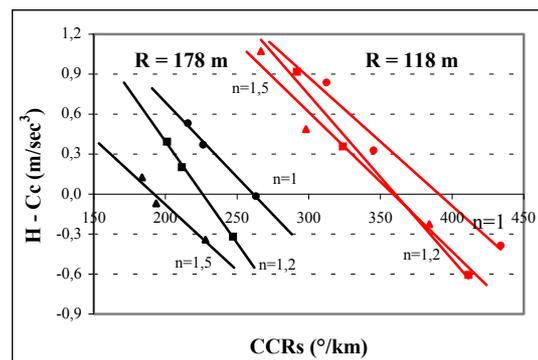


Figura 15 – Variazione di accelerazione totale

6. CONCLUSIONI

Riuscire a valutare nel modo migliore come l'andamento plano-altimetrico del tracciato possa influire sulla sicurezza e sul comfort dell'utente, costituisce un elemento fondamentale nel processo di definizione di standard di progettazione che siano compatibili con il contesto territoriale attraversato e consentano di ottenere un adeguato livello di sicurezza e di comfort della circolazione stradale.

In questo studio, considerando anche il reale comportamento dell'utente che percorre una curva a raggio variabile, si è cercato di formulare una nuova relazione che definisca in modo globale la dinamica del moto del veicolo e consenta una valutazione affidabile della variazione di accelerazione agente sullo stesso. L'analisi condotta ha portato a risultati interessanti che mettono in evidenza i già noti limiti esistenti nelle normali procedure di progettazione delle curve a raggio variabile e che possono essere così sintetizzati:

- il riferimento alle sole velocità di progetto porta a sottostimare gli effetti dinamici del moto sulle curve a raggio variabile;
- l'ipotesi di curva a raggio variabile percorsa a velocità costante non considera la componente dell'accelerazione longitudinale agente sul veicolo e gli effetti che essa determina sul comfort dell'utente;
- trascurare la variazione di velocità e la sopraelevazione della piattaforma, per le clotoidi, implica sottostimare la variazione di accelerazione trasversale e ancora più quella totale.

L'analisi condotta in questo studio, sia con riferimento alle velocità di progetto sia a quelle operative, ha consentito inoltre di quantificare l'errore che si può commettere ricorrendo a valutazioni progettuali estremamente semplificative.

E' ovvio che i risultati possono essere fortemente condizionati dal modello di frenatura assunto per lo svolgimento dei calcoli che può essere realisticamente definita solo con l'esecuzione di rilievi sperimentali tesi a confermare le ipotesi assunte ed a valutare la correttezza delle conclusioni ottenute.

In ogni caso, l'applicazione numerica mette in evidenza come le limitazioni al valore del contraccolpo fissate dalla Normativa sono ampiamente superate sia con riferimento alle velocità di progetto sia a quelle operative; pertanto si pone la necessità di individuare un nuovo criterio che consenta di definire in modo razionale i valori limiti della variazione di accelerazione al fine di assicurare il comfort degli utenti.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] CNR. *Norme funzionali e geometriche per la costruzione delle strade*. Roma, 2001;
- [2] Lamm, R., Psarianos, B., Mailaender, T.. *Highway Design and Traffic Safety Engineering Handbook*. McGraw-Hill, New York, 1999;
- [3] Griffin, M. J.. *Handbook of human vibration*. Academic Press, London, 1994;
- [4] Cattaneo, C.. *Lezioni di meccanica razionale*. Pellegrini, Pisa;
- [5] Montepara, A., Virgili, A.. *Le curve di frenatura a variazione continua del contraccolpo (FCP ed FCS) in relazione alla curva di frenatura di Nemesdy*. LE STRADE, n. 1271, pp. 59-62, 1991;
- [6] Amodeo, A.. *Normative tecniche e quadro giuridico*. Atti del Convegno Nazionale Stradale SIIV, Pisa, 29/30 Ottobre 1997;
- [7] Jacobs, E.. *Die Sinusoide als neuzeitliches Tressierungselement*. Vermessung-Ingenieur, 87/1, pp. 3-9, Germany;
- [8] D'Andrea, A.. *La definizione di un tracciato stradale a curvatura continua mediante le funzioni splines*. AUTOSTRADE, n. 4, 1989;
- [9] Baykal, O.. *Concept of lateral change of acceleration*. Journal of Surveying Engineering, ASCE, 122(3), pp. 132-141, 1996;
- [10] Baykal, O., Tari, E., Çoşkun, Z., Şahin, M.. *New transition curve joining two straight lines*. Journal of Transportation Engineering, Vol. 123 n.5, pp. 337-345, 1997;
- [11] Ranzo, A., De Angelis, *B-Spline tridimensionali per i tracciati viari e ferroviari*. Rivista Autostrade Anno XXXIV - n. 3 – settembre 1992;
- [12] Giannini, F., La Camera, F., Marchionna, A.. *Costruzioni di Strade ferrovie ed Aeroporti*. ESA, Milano, 1988;
- [13] IASPIS, *L'Interazione Ambiente Sicurezza nel Progetto delle Infrastrutture Stradali*–Cofin MURST 1998-Rapporto conclusivo, pp. II1-II19, Firenze, 2001.